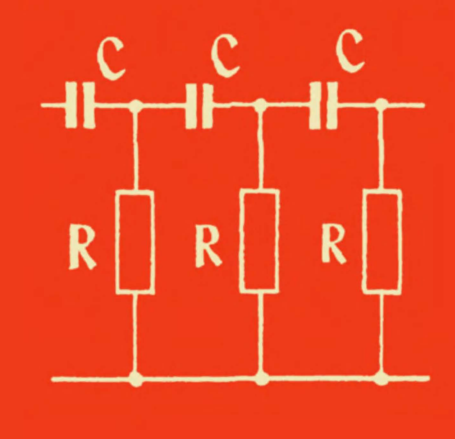
О. Кронегер

$$f = \frac{1}{15{,}4\,RC}$$

СБОРНИК ФОРМУЛ ДЛЯ РАДИОЛЮБИТЕЛЯ





ИЗДАТЕЛЬСТВО «ЭНЕРГИЯ»

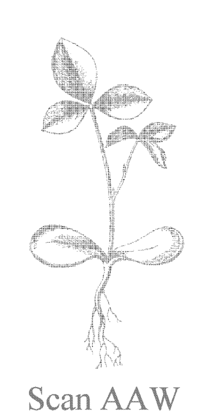
МАССОВАЯ РАДИОБИБЛИОТЕКА

Выпуск 506

О. КРОНЕГЕР

СБОРНИК ФОРМУЛ ДЛЯ РАДИОЛЮБИТЕЛЯ

Сокращенный перевод с немецкого
А. С. Панафидина



ИЗДАТЕЛЬСТВО «ЭНЕРГИЯ»

МОСКВА 1964 ЛЕНИНГРАД

УДК 621.3.011
К 83

В брошюре приведены формулы, номограммы и примеры расчетов, наиболее часто встречающиеся в практике радиолюбителя. Специальная глава посвящена недавно введенной международной системе единиц.

Предназначена брошюра для широкого круга радиолюбителей.

O. Kronjäger
Formelsammlung für den Funkamateur
Verlag Sport und Technik, 1961

О. Кронегер
Сборник формул для радиолюбителя (Перевод с немецкого).
М.-Л., Издательство «Энергия», 1964.
64 стр. с илл. (Массовая радиобиблиотека. Вып. 506)

Темплан 1964 г., № 328.

Редактор *П. А. Попов* Техн. редактор *В. И. Сологубов*
Обложка художника *А. М. Кувшинникова*

Сдано в пр-во 22/XI 1963 г. Подписано к печати 2/II 1964 г. Формат бумаги 84 × 108[1]/32. 3,28 п. л. 3,8 уч.-изд. л. Тираж 135 000 экз Цена 19 коп. Зак. 721.

Издательство «Энергия», Москва, Шлюзовая наб., 10.

Ленинградская типография № 1 «Печатный Двор» им. А. М. Горького «Главполиграфпрома» Государственного комитета Совета Министров СССР по печати, Гатчинская, 26.

Предисловие к русскому переводу

Изданная в ГДР в 1961 г. книга О. Кронегера „Сборник формул для радиолюбителя“ написана как справочное пособие для широкого круга радиолюбителей. В ней приводятся формулы, номограммы и примеры расчетов, наиболее часто встречающиеся в практике радиолюбителя.

Такая книга была бы неполной, если бы в ней отсутствовали сведения о новой системе единиц измерения и их связи с применяемыми в расчетной практике единицами других систем. Поэтому при издании перевода книги было решено дополнить ее главой о Международной системе единиц СИ.

Вместе с тем, была опущена глава с основными формулами и соотношениями механики, представляющая ограниченный интерес для радиолюбителей. Исключены также номограммы и графики для расчета узлов и деталей из полуфабрикатов, выпускаемых промышленностью ГДР, и такие номограммы, применение которых не дает существенной экономии времени по сравнению с непосредственным расчетом по формулам.

При редактировании русского перевода исправлены замеченные ошибки оригинала и внесен ряд изменений редакционного характера с целью сделать изложение более точным и доходчивым.

Глава о Международной системе единиц СИ написана П. А. Поповым.

Редакция Массовой радиобиблиотеки

СОДЕРЖАНИЕ

ГЛАВА ПЕРВАЯ

МЕЖДУНАРОДНАЯ СИСТЕМА ЕДИНИЦ СИ

1. Система СИ

С 1 января 1963 г. в СССР Государственным стандартом 9867-61 введена для измерения физических величин Международная система единиц. В русском написании эта система обозначается символом СИ. Новая система должна применяться как предпочтительная во всех областях науки, техники и народного хозяйства, а также при преподавании.

Применявшиеся ранее системы МКС (метр, килограмм, секунда) для измерения механических величин, МКСГ (метр, килограмм, секунда, градус Кельвина) для измерения величин молекулярной физики, МКСА (метр, килограмм, секунда, ампер) для измерения электромагнитных величин вошли в систему СИ в качестве отдельных ее частей.

Для измерения механических величин наряду с системой МКС Государственными стандартами разрешается применять системы СГС (сантиметр, грамм, секунда) и МКГСС (метр, килограмм-сила, секунда). Но предпочтение должно отдаваться системе МКС как части Международной системы.

2. Основные единицы системы СИ

Основными единицами системы СИ являются:
единица длины — метр (*м*);
единица массы — килограмм (*кг*);
единица времени — секунда (*сек*);
единица силы электрического тока — ампер (*а*);
единица температуры — градус Кельвина (°К);
единица силы света — свеча (*св*).

Все основные единицы, кроме единицы массы, получили новые определения: метр определяется через эталонную длину световой волны, секунда — через длительность тропического года, ампер — через механическую силу взаимодействия двух проводов с током, градус Кельвина — через тройную точку воды, свеча — через излучение полного излучателя. В качестве единицы массы в 1 *кг* оставлена масса международного прототипа килограмма.

Не следует думать, что после введения новых определений метра, секунды и ампера абсолютные величины этих единиц изменились. Образец метра, изготовленный в соответствии с его новым определением, практически не будет отличаться (по длине) от эталона метра, существовавшего до принятия Международной системы. Но прежний эталон метра давал возможность воспроизвести длину метра или сличить два эталона с точностью от одной до двух десятых микрона. Для научных целей такая точность становится в настоящее время недостаточной. Новое определение метра позволяет более точно воспроизводить и сравнивать эталоны длины.

То же самое относится к новым определениям секунды и ампера. Несколько поколений электротехников изучали определение силы тока в 1 *а*, основанное на химическом действии тока. Новое определение основано на механическом (пондеромоторном) действии тока и гласит: *ампер — сила неизменяющегося тока, который, проходя по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 м один от другого в вакууме, вызвал бы между этими проводниками силу, равную $2 \cdot 10^{-7}$ единиц силы Международной системы на каждый метр длины*[1]. Такое определение единицы силы тока дает возможность легко воспроизводить эту единицу с помощью установки, называемой ампер-весами.

Наконец, градус шкалы Кельвина установлен с таким расчетом, чтобы любой температурный интервал, выраженный в градусах Кельвина, численно был равен этому же температурному интервалу, выраженному в градусах Цельсия. Но абсолютное значение одной и той же температуры, выраженное в градусах Кельвина и в градусах Цельсия, будет различным, потому что нулевые точки обеих шкал выбраны по-разному. ГОСТ 8550-61 предусматривает возможность выражения температур как в градусах Кельвина, так и в градусах Цельсия.

3. Единицы измерения некоторых механических и тепловых величин

Единицы измерения всех остальных физических величин можно определить и выразить через основные единицы измерения. Полученные таким образом единицы в отличие от основных называются производными.

Чтобы получить производную единицу измерения какой-либо величины, необходимо выбрать такую формулу, которая выражала бы эту величину через уже известные нам другие величины, и предположить, что каждая из входящих в формулу известных величин равна одной единице измерения. Ниже перечислен ряд механических величин, приведены формулы для их определения, показано, как определяются единицы измерения этих величин.

Единица скорости v — метр в секунду *(м/сек)*.

Метр в секунду — скорость v такого равномерного движения, при котором тело за время $t = 1$ сек проходит путь s, рав-

---

[1] Единицей силы в системе СИ является ньютон (*н*).

ный 1 *м:*

$$v = \frac{s}{t};$$

$$1\ v = \frac{1\ м}{1\ сек} = 1\ \frac{м}{сек}.$$

Единица ускорения a — метр на секунду в квадрате *(м/сек²)*.

Метр на секунду в квадрате — ускорение такого равнопеременного движения, при котором скорость за 1 сек изменяется на 1 м/сек.

Единица силы F — ньютон *(н)*.

Ньютон — сила, которая массе m в 1 кг сообщает ускорение a, равное 1 м/сек²:

$$F = m\,a;$$

$$1\ н = 1\ кг \cdot 1\ \frac{м}{сек^2} = 1\ \frac{кг \cdot м}{сек^2}.$$

Единица работы A и энергии — джоуль *(дж)*.

Джоуль — работа, которую совершает постоянная сила F, равная 1 н на пути s в 1 м, пройденном телом под действием этой силы по направлению, совпадающему с направлением силы:

$$A = F\,s;$$

$$1\ дж = 1\ н \cdot 1\ м = 1\ н \cdot м.$$

Единица мощности N — ватт *(вт)*.

Ватт — мощность, при которой за время $t = 1$ сек совершается работа A, равная 1 дж:

$$N = \frac{A}{t};$$

$$1\ вт = \frac{1\ дж}{1\ сек} = 1\ \frac{дж}{сек}.$$

Единица количества теплоты q — джоуль *(дж)*.

Эта единица определяется из равенства

$$q = k\,A,$$

которое выражает эквивалентность тепловой и механической энергии. Коэффициент k принимают равным единице:

$$1\ дж = 1 \cdot 1\ дж = 1\ дж.$$

4. Единицы измерения некоторых электромагнитных величин

Единица количества электричества (единица электрического заряда) Q — кулон *(к)*.

Кулон — заряд, переносимый через поперечное сечение проводника в 1 сек при силе тока, равной 1 а:

$$1\ к = 1\ а \cdot 1\ сек = 1\ а \cdot сек.$$

Единица разности электрических потенциалов (электрического напряжения U, электродвижущей силы E) — вольт *(в)*.

Вольт — разность потенциалов двух точек электрического поля, при перемещении между которыми заряда Q в 1 к совершается работа в 1 дж:

$$A = QU;$$

$$U = \frac{A}{Q};$$

$$1\ в = \frac{1\ дж}{к} = 1\ \frac{дж}{к}.$$

Единица электрической мощности P — ватт *(вт)*:

$$P = UI;$$

$$1\ вт = 1\ в \cdot 1\ а = 1\ в \cdot а.$$

Эта единица совпадает с единицей механической мощности.

Единица емкости C — фарада *(ф)*.

Фарада — емкость проводника, потенциал которого повышается на 1 в, если на этот проводник внести заряд 1 к:

$$C = \frac{Q}{U};$$

$$1\ ф = \frac{1к}{1в} = 1\frac{к}{в}.$$

Единица электрического сопротивления R — ом *(ом)*. *Ом — сопротивление такого проводника, по которому течет ток силой 1 а при напряжении на концах проводника в 1 в:*

$$R = \frac{U}{I};$$

$$1\ ом = \frac{1в}{1а} = 1\ \frac{в}{а}.$$

Единица абсолютной диэлектрической проницаемости ε — фарада на метр *(ф/м)*.

Фарада на метр — абсолютная диэлектрическая проницаемость диэлектрика, при заполнении которым плоский конденсатор с пластинами площадью S по 1 $м^2$ каждая и расстоянием между пластинами $d = 1$ м приобретает емкость 1 ф.

Формула, выражающая емкость плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon S}{d}.$$

Отсюда

$$\varepsilon = \frac{Cd}{S};$$

$$1\frac{ф}{м} = \frac{1ф \cdot 1м}{1м^2}$$

Единица магнитного потока Φ и потокосцепления Ψ — вольт-секунда или вебер *(вб)*.

Вебер — магнитный поток, при убывании которого до нуля за 1 сек в контуре, сцепленном с этим потоком, возникает э. д. с. индукции, равная 1 в.

Закон Фарадея — Максвелла:

$$E_i = -\frac{\Delta \Psi}{\Delta t},$$

где E_i — э. д. с. индукции, возникающая в замкнутом контуре; $\Delta \Psi$ — изменение магнитного потока, сцепленного с контуром, за время Δt:

$$\Delta \Psi = -E_i \Delta t;$$

$$1\ вб = 1\ в \cdot 1\ сек = 1\ в \cdot сек.$$

Напомним, что для одиночного витка понятия потока ϕ и потокосцепления Ψ совпадают. Для соленоида с числом витков w, через поперечное сечение которого протекает поток Φ, при отсутствии рассеяния потокосцепление

$$\Psi = w\ \Phi.$$

Единица магнитной индукции B — тесла *(тл)*.

Тесла — индукция такого однородного магнитного поля, в котором магнитный поток ϕ *через площадь* S *в 1* $м^2$*, перпендикулярную направлению поля, равен 1 вб:*

$$B = \frac{\Phi}{S};$$

$$1\ тл = \frac{1\ вб}{1\ м^2} = 1\ \frac{вб}{м^2}.$$

Единица напряженности магнитного поля H — ампер на метр *(а/м)*.

Ампер на метр — напряженность магнитного поля, создаваемого прямолинейным бесконечно длинным током силой в 4π *а на расстоянии* $r = 2\ м$ *от проводника с током:*

$$H = \frac{I}{2\pi r};$$

$$1\ \frac{а}{м} = \frac{4\pi\ а}{2\pi\ 2м}.$$

Единица индуктивности L и взаимоиндуктивности M — генри *(гн)*.

Генри — индуктивность такого контура, с которым сцеплен магнитный поток 1 вб, когда по контуру течет ток силой 1 а:

$$E_i = -\frac{\Delta \Psi}{\Delta t} = -\frac{\Delta (L I)}{\Delta t} = -L\ \frac{\Delta I}{\Delta t};$$

$$L = -\frac{E_i \Delta t}{\Delta I};$$

$$1\ гн = \frac{1\ в \cdot 1\ сек}{1\ а} = 1\ \frac{в \cdot сек}{а}.$$

Единица магнитной проницаемости μ — генри на метр *(гн/м)*.

Генри на метр — абсолютная магнитная проницаемость вещества, в котором при напряженности магнитного поля в 1 а/м

магнитная индукция равна 1 *тл:*

$$\mu = \frac{B}{H};$$

$$1\,\frac{гн}{м} = \frac{1\,\frac{вб}{м^2}}{1\,\frac{а}{м}} = 1\,\frac{вб}{а \cdot м}.$$

5. Соотношения между единицами магнитных величин в системах СГСМ и СИ

В электротехнической и справочной литературе, изданной до введения системы СИ, величину напряженности магнитного поля H часто выражали в эрстедах *(э)*, величину магнитной индукции B — в гауссах *(гс)*, магнитного потока Φ и потокосцепления Ψ — в максвеллах *(мкс)*.

Ниже приведены соотношения между этими единицами и единицами системы СИ.

$$1\ э = \frac{1}{4\pi} \cdot 10^3\,\frac{а}{м}; \qquad 1\,\frac{а}{м} = 4\pi \cdot 10^{-3}\ э;$$

$$1\ гс = 10^{-4}\ тл;\ 1\ тл = 10^4\ гс;$$

$$1\ мкс = 10^{-8}\ вб;\ 1\ вб = 10^8\ мкс$$

Следует отметить, что равенства написаны для случая рационализированной практической системы МКСА, которая вошла в систему СИ как составная часть. С теоретической точки зрения правильнее было бы во всех шести соотношениях заменить знак равенства (=) знаком соответствия ($\triangleq$). Например:

$$1\ э \triangleq \frac{1}{4\pi} \cdot 10^3\,\frac{а}{м},$$

что означает: напряженность поля в 1 э соответствует напряженности $\frac{1}{4\pi} \cdot 10^3 = 79{,}6\,\frac{а}{м}$.

Дело в том, что единицы *э*, *гс* и *мкс* относятся к системе СГСМ. В этой системе единица силы тока является не основной, как в системе СИ, а производной. Поэтому размерности величин, характеризующих одно и то же понятие, в системе СГСМ и СИ оказываются неодинаковыми, что может привести к недоразумениям и парадоксам, если забыть об этом обстоятельстве. При выполнении инженерных расчетов, когда для недоразумений такого рода нет оснований, знак соответствия обычно заменяют знаком равенства, как это и было сделано выше.

6. Внесистемные единицы

В соответствии с государственными стандартами допускается применение следующих кратных и дольных единиц (приставок):
тера *(Т)* — 10^{12}; гига *(Г)* — 10^9; мега *(М)* — 10^6;
кило *(К)* — 10^3; гекто *(г)* — 10^2; дека *(да)* — 10^1;

деци (*д*) — 10^{-1}; санти (*с*) — 10^{-2}; милли (*м*) — 10^{-3}; микро (*мк*) — 10^{-6}; нано (*н*) — 10^{-9}; пико (*п*) — 10^{-12}.

Допускается также применение некоторых внесистемных единиц измерения физических величин, в том числе единиц:

мощности — 1 лошадиная сила (*л.с.*) $= 75 \frac{кГ \cdot м}{сек} \approx 736$ *вт;*

работы и энергии — 1 ватт - час (*вт · ч*) $= 3{,}6 \cdot 10^3$ *дж;*

энергии элементарных частиц — 1 электронвольт (*эв*) $= 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ *дж;*

теплоты — 1 калория (*кал*) $\approx 4{,}19$ *дж* (калория — количество теплоты, необходимое для нагревания *1 г* воды от 19,5 до 20,5° С при нормальном давлении).

7. Примеры

Пример 1. Из опыта каждый имеет представление о силе в ***1 кГ***, т. е. о силе, с которой тело, имеющее массу в *1 кг* и находящееся на уровне моря, притягивается к земле. Выразить силу *1 кГ* в ньютонах[1].

Тело массой в *1 кг* под действием силы F_1 в 1 *н* получает ускорение a_1, равное $1 \frac{м}{сек^2}$. Это же тело под действием собственного веса F_2, равного 1 *кГ*, получает при свободном падении ускорение a_2, равное $9{,}81 \frac{м}{сек^2}$:

$$F_1 = ma_1; \qquad \frac{F_2}{F_1} = \frac{a_2}{a_1}.$$
$$F_2 = ma_2;$$

Во втором случае ускорение в 9,81 раз больше, чем в первом. Следовательно, сила в 1 *кГ* в 9,81 раза больше, чем сила в 1 *н*, т. е. 1 *кГ* = 9,81 *н*.

Пример 2. Мощность двигателя N равна 5 *л. с.* Выразить ее в ваттах.

$$N = 5 \text{ л. с.} = 5 \cdot 75 \frac{кГ \cdot м}{сек};$$

$$1 \text{ кГ} = 9{,}81 \text{ н};$$

$$N = 5 \cdot 75 \cdot 9{,}81 \frac{н \cdot м}{сек} \approx 3\,680 \text{ вт} = 3{,}68 \text{ квт}.$$

Пример 3. По двум прямолинейным проводникам большой длины и очень малого сечения, расположенным на расстоянии $a = 0{,}1$ *м* друг от друга в вакууме, протекает одинаковый неизменяющийся ток I. Определить величину этого тока, если между проводниками возникает сила притяжения, равная 5 *мГ* на каждые 20 *см* длины l.

---

[1] В отличие от килограмм-массы (*кг*) килограмм-сила обозначается буквами *кГ*.

Воспользуемся формулой закона Ампера. При подстановке значений входящих в нее величин переведем их в единицы системы СИ:

$$F = \frac{\mu I_1 I_2 l}{2\pi a},$$

где $\mu = \mu_r \mu_0$ (см. § 10);

$\mu_r = 1$ (для вакуума);

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{гн}{м}\right];$$

$$I_1 = I_2 = I;$$

$$I = \sqrt{\frac{F 2\pi a}{\mu_r \mu_0 l}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 9{,}81 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}1}{1 \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \cdot 0{,}2}} = 3{,}5 a.$$

Пример 4. С помощью электрического кипятильника нагрето 10 *л* воды от температуры $t_1 = 10°$ С до $t_2 = 100°$ С. Вычислить работу электрического тока и стоимость затраченной электроэнергии (всеми видами потерь тепла при нагревании воды можно пренебречь).

Затраченное количество теплоты

$$q = cm(t_2 - t_1) = 4{,}19 \cdot 10\,(100 - 10) = 3\,770 \text{ кдж},$$

где $c = 4{,}186 \approx 4{,}19$ — теплоемкость воды в системе СИ, $\frac{кдж}{кг \cdot град}$;

$m = 10$ — масса воды, *кг*.

Затраченное количество энергии в киловатт-часах

$$q[квт \cdot ч] = \frac{3\,770}{3\,600} = 1{,}05 \text{ квт} \cdot ч.$$

Для определения стоимости энергии необходимо количество энергии в киловатт-часах умножить на тариф, т. е. на стоимость одного киловатт-часа (1 *квт · ч*).

Пример был решен в системе СИ (в качестве единицы количества теплоты взят джоуль). Решим этот же пример, воспользовавшись внесистемной единицей теплоты — калорией.

$$q = cm(t_2 - t_1) = 1 \cdot 10\,(100 - 10) = 900 \text{ ккал}.$$

где $c = 1$ — теплоемкость воды, $\frac{ккал}{кг \cdot град}$;

1 *кал* = 4,19 *дж* (см. § 6);

q (*кдж*) = 4,19 · 900 = 3 770 *кдж*.

Пример 5. Выразить в единицах системы СИ величину магнитной индукции $B = 8\,000$ *гс*.

В системе СИ единицей магнитной индукции является тесла:

$$1 \text{ гс} = 10^{-4} \text{ тл (см. § 5)};$$

$$B\,[тл] = 10^{-4} \cdot 8\,000 \text{ гс} = 0{,}8 \text{ тл}.$$

Пример 6. Определить величину магнитного потока Ф в магнитопроводе площадью поперечного сечения S 10 $см^2$, если индук-

ция $B = 0{,}8$ *тл*. Выразить величину потока в веберах и в максвеллах.

$$10\ см^2 = 10 \cdot 10^{-4}\ м^2;$$

$$\Phi = BS = 0{,}8 \cdot 10 \cdot 10^{-4} = 8 \cdot 10^{-4}\ вб;$$

$$1\ вб = 10^8\ мкс\ (см.\ \S\ 5);$$

$$\Phi\ [мкс] = 10^8 \cdot 8 \cdot 10^{-4} = 8 \cdot 10^4\ мкс.$$

ГЛАВА ВТОРАЯ

СОПРОТИВЛЕНИЕ, КОНДЕНСАТОР И КАТУШКА ИНДУКТИВНОСТИ

8. Сопротивление

Единица электрического сопротивления ом *(ом)* определяется как сопротивление проводника, по которому течет ток силой 1 ампер *(а)* при напряжении на концах проводника в 1 вольт *(в)*. Эту единицу можно представить как сопротивление ртутного столбика длиной 106,3 *см* и сечением 1 *мм*² при температуре 0° С.

На практике применяются также следующие производные от ома дольные и кратные единицы:

$0{,}001\ ом = 10^{-3}\ ом = 1$ миллиом *(мом)*;

$1\,000\ ом = 10^3\ ом = 1$ килоом *(ком)*;

$1\,000\,000\ ом = 10^6\ ом = 1$ мегом *(Мом)*.

Для облегчения расчетов заранее определяют сопротивление проводника длиной 1 *м* и площадью поперечного сечения 1 *мм*²; эта величина называется удельным сопротивлением и обозначается греческой буквой $\rho \left(\frac{ом \cdot мм^2}{м}\right)$. Величину, обратную удельному сопротивлению ρ, называют удельной проводимостью и обозначают буквой $\varkappa \left(\frac{м}{ом \cdot мм^2}\right)$. Буква ρ произносится „ро", буква $\varkappa$ — „каппа".

Специалиста электротехника в первую очередь интересуют значения удельного сопротивления и проводимости алюминия и меди, а радиотехника, кроме того, и серебра (см. табл. 1).

Таблица 1

Материал	ρ, $\frac{ом\ мм^2}{м}$	$\varkappa$, $\frac{м}{ом \cdot мм^2}$
Алюминий	0,0287	34,8
Медь	0,0178	57,0
Серебро	0,0165	62,5

В формулах сопротивление принято обозначать буквой R, а проводимость — буквой G. Проводимость измеряется в сименсах *(сим)*:

$$G = \frac{1}{R}\ [сим],$$

если сопротивление выражено в омах.

Сопротивление R проводника зависит от его удельного сопротивления ρ, длины l и площади поперечного сечения q:

$$R = \frac{\rho l}{q} = \frac{l}{\varkappa q}\ [ом],$$

где ρ — удельное сопротивление, $\frac{ом \cdot мм^2}{м}$;

$\varkappa$ — удельная проводимость, $\frac{м}{ом \cdot мм^2}$;

l — длина проводника, *м*;

q — площадь поперечного сечения проводника, *мм*².

Производные формулы:

$$\rho = \frac{1}{\varkappa} = \frac{Rq}{l}\left[\frac{ом \cdot мм^2}{м}\right];$$

$$q = \frac{\rho l}{R}\ [мм^2];$$

$$l = \frac{Rq}{\rho}\ [м].$$

Сопротивление проводников зависит от температуры, изменение которой влечет за собой изменение величины сопротивления:

$$R = R_0(1 + \alpha\,\Delta t)\ [ом];$$

где R — сопротивление проводника при данной температуре, *ом*;
R_0 — сопротивление при температуре $t_0 = 20°$ C, *ом*;
α — температурный коэффициент сопротивления проводника, 1/°C;
Δt — разность между температурой t_0 и температурой, при которой производится измерение, °C.

Если известны R, R_0 и Δt, то температурный коэффициент сопротивления можно рассчитать по формуле

$$\alpha = \frac{R - R_0}{R_0 \cdot \Delta t}\ [1/°C].$$

Таблица 2

Материал	ρ, $\frac{ом \cdot мм^2}{м}$	$\varkappa$, $\frac{м}{ом \cdot мм^2}$	α, 1/°C
Алюминий	0,029	34,8	0,0037
Железо	0,13	7,5	0,0048
Константан	0,5	2	—0,000005
Медь	0,0178	57	0,0039
Латунь	0,075	13,35	0,0015
Платина	0,1	10	0,0038
Ртуть	0,958	1,05	0,0009
Серебро	0,0165	62,5	0,0036

В табл. 2 приведены величины ρ, $\varkappa$ и α некоторых материалов.

Сопротивления можно соединять последовательно или параллельно. При последовательном соединении сопротивлений их величины складываются и общее сопротивление цепи равно сумме всех сопротивлений; при параллельном соединении складываются (суммируются) проводимости соединяемых сопротивлений.

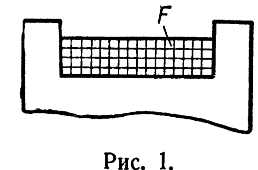


Рис. 1.

Последовательное соединение:

$$R_{\text{общ}} = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n.$$

Параллельное соединение:

$$\frac{1}{R_{\text{общ}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_n}$$

или

$$G_{\text{общ}} = G_1 + G_2 + G_3 + \cdots + G_n.$$

При параллельном соединении двух сопротивлений результирующее сопротивление рассчитывается по формуле

$$R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Чтобы рассчитать постоянную составляющую падения напряжения на дросселе или катушке (рис. 1), необходимо знать сопротивление обмотки постоянному току. Это сопротивление R_s определяют по формуле

$$R_s = \frac{\rho w l_{\text{ср}}}{q} = \frac{\rho w^2 l_{\text{ср}}}{kF} \ [\textit{ом}];$$

$$(wq = kF),$$

где w — число витков;

$l_{\text{ср}}$ — средняя длина одного витка, *м*;

k — коэффициент заполнения (0,1 — 0,7);

F — площадь поперечного сечения обмотки, *мм*²;

q — площадь поперечного сечения провода, *мм*²;

9. Конденсатор

Единица емкости фарада (*ф*) — емкость такого конденсатора, увеличение заряда которого на 1 кулон (*к*) вызывает повышение разности потенциалов между обкладками конденсатора на 1 *в*:

$$C = \frac{Q}{U},$$

где C — емкость, *ф*;

Q — количество электричества, *к*;

U — напряжение, *в*.

На практике обычно пользуются значительно более мелкими единицами емкости:

10^{-6} *ф* = 1 микрофарада = 1 *мкф*;

10^{-9} *ф* = 1 нанофарада = 1 *нф*;

10^{-12} *ф* = 1 пикофарада = 1 *пф*;

1 *мкф* = 10^6 *пф*, 1 *нф* = 10^3 *пф*.

Напряженность поля E между двумя пластинами (обкладками) конденсатора вычисляется по формуле

$$E = \frac{U}{a} \left[\frac{в}{м} \right],$$

где U — напряжение между обкладками, *в*;

a — расстояние между пластинами, *м*.

Так как на обеих пластинах конденсатора накапливаются заряды противоположной полярности, то эти пластины взаимно притягиваются с силой F. Она рассчитывается в ньютонах (*н*) следующим образом:

$$F = \frac{CU^2}{2a} = QE \ [н];$$

$$U = \sqrt{\frac{2aF}{C}} \ [в].$$

Накопленная в конденсаторе энергия, определяемая в джоулях (*дж*), равна:

$$w_э = \frac{CU^2}{2} \ [дж];$$

$$U = \sqrt{\frac{2w_э}{C}} \ [в],$$

где C — емкость, *ф*;

U — напряжение, *в*.

Во время заряда или разряда конденсатора величина протекающего тока изменяется. Мгновенное значение тока выражается формулой

$$i_C = C\frac{du_C}{dt} \approx C\frac{\Delta U_C}{\Delta t},$$

где ΔU_C — изменение напряжения на обкладках конденсатора за время Δt.

Эта формула имеет важное практическое значение; она показывает, что напряжение на конденсаторе при его заряде не сразу достигает своего максимального значения. Точно так же при разряде конденсатора напряжение убывает до нуля не сразу, а постепенно.

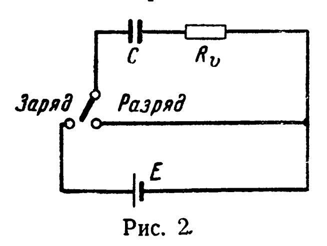


Рис. 2.

Конденсатору всегда присущи потери, которые можно представить себе в виде омического сопротивления, соединенного последовательно или параллельно с конденсатором. Если сопротивление R_v включено последовательно с конденсатором (без потерь), то при заряде его от источника, э. д. с. которого равна E, а внутреннее сопротивление равно нулю (рис. 2), зарядный ток $i_{зар}$ и напряжение на обкладках кон-

денсатора u_C будут меняться по закону

$$i_{зар} = \frac{E}{R_v} e^{-\frac{t}{CR_v}} [a],$$

$$u_C = E\,(1 - e^{-\frac{t}{CR_v}})\ [в],$$

где E — э. д. с., *в*;

t — время, прошедшее с момента начала заряда, *сек*.

Величина CR_v имеет размерность времени, так как $\frac{a \cdot сек}{в} \cdot \frac{в}{a} = сек$. Ее называют постоянной времени τ. Постоянная

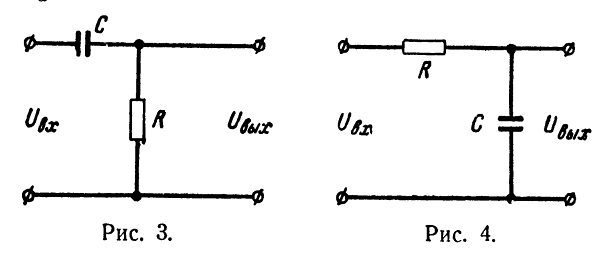


Рис. 3. Рис. 4.

времени τ характеризует скорость заряда или разряда конденсатора:

$$\tau = CR_v \quad [сек],$$

где C — емкость, *мкф*;

R_v — сопротивление, *Мом*.

При разрядке

$$i_{раз} = \frac{E}{R_v} e^{-\frac{t}{\tau}} [a];$$

$$u_C = Ee^{-\frac{t}{\tau}} [в].$$

По прошествии интервала времени $t_H \approx 0{,}7\tau$ величина напряжения (или тока) достигает половины максимального значения.

Известно много схем, свойства которых обусловлены величиной постоянной времени.

Дифференцирующая цепь (рис. 3):

$$\tau = RC \ll \frac{0{,}159}{f} [сек],$$

где f — частота, *гц*.

Интегрирующая цепь (рис. 4):

$$\tau = RC \gg \frac{0{,}159}{f} [сек].$$

При расчете конденсаторов приходится учитывать абсолютную диэлектрическую проницаемость среды ε, которую можно пред-

ставить в виде произведения двух величин:

$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 \left[\frac{ф}{м}\right],$$

где ε_r — относительная диэлектрическая проницаемость (или просто диэлектрическая проницаемость) — величина, показывающая, во сколько раз сила взаимодействия между электрическими зарядами в данной среде меньше, чем в вакууме;

$\varepsilon_0 = 8{,}86 \cdot 10^{-12}$ *ф/м* $= 8{,}86$ *пф/м* — электрическая постоянная, численно равная абсолютной диэлектрической проницаемости вакуума.

Диэлектрическая проницаемость воздуха равна единице ($\varepsilon_r = 1$).

Значения диэлектрической проницаемости некоторых материалов приведены в табл. 3.

Таблица 3

Материал	ε_r
Стекло . . .	5—10
Слюда	5—10
Дерево . . .	3
Керамика . .	2 000—3 000
Масло	2
Бумага . . .	2,3
Фарфор . . .	5
Вода	80

Емкость конденсатора, состоящего из двух плоских пластин,

$$C = \frac{\varepsilon F}{a} = 0{,}0886 \frac{\varepsilon_r F}{a} \; [пф],$$

где F — площадь пластин, *см*²;

a — расстояние между пластинами (толщина диэлектрика), *см*.

Для конденсатора с числом пластин n емкость

$$C = (n-1)\frac{\varepsilon F}{a} = 0{,}0886\,(n-1)\frac{\varepsilon_r F}{a}\,[пф].$$

Для конденсатора с многослойным диэлектриком справедливо выражение

$$C = \frac{0{,}0886F}{\frac{a_1}{\varepsilon_{r1}} + \frac{a_2}{\varepsilon_{r2}} + \ldots + \frac{a_n}{\varepsilon_{rn}}} \; [пф].$$

Емкость коаксиального кабеля

$$C = \frac{0{,}24\varepsilon_r l}{\lg \frac{D}{d}} \; [пф],$$

где l — длина кабеля, *см*;

D — внутренний диаметр наружного проводника, *см*;

d — внешний диаметр внутреннего проводника, *см*.

Емкость двухпроводной линии

$$C \approx \frac{0{,}12\varepsilon_r l}{\lg \frac{2a}{D}} \; [пф],$$

где l — длина линии, *см*;

a — расстояние между проводами, *см*;

D — диаметр провода, *см*.

Емкость прямого провода, параллельного земле (при условии $l > h > D$),

$$C = \frac{0{,}24\varepsilon_r l}{\lg \frac{4h}{D}} \; [\text{пф}],$$

где l — длина провода, *см*;
h — расстояние от земли, *см*;
D — диаметр провода, *см*.

Максимальная емкость прямоемкостного конденсатора

$$C_{\text{макс}} = \frac{0{,}139\,(n-1)\,\varepsilon_r\,(R^2 - r^2)}{d} \; [\text{пф}],$$

где n — число подвижных и неподвижных пластин;
R — радиус подвижной пластины, *см*;
r — внутренний радиус неподвижной пластины, *см*;
d — расстояние между пластинами, *см*.

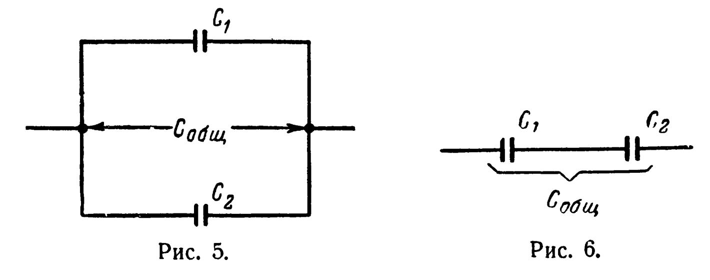


Рис. 5. Рис. 6.

Емкость при заданном угле поворота

$$C_\alpha = (C_{\text{макс}} - C_{\text{мин}})\,\frac{\alpha}{\pi} + C_{\text{мин}},$$

где α — угол поворота, *рад*;
π — 3, 14.

Максимальная емкость прямоволнового конденсатора

$$C_{\text{макс}} = \frac{0{,}0695\,(n-1)\,\varepsilon_r\,(R^2_{\text{макс}} - r^2)}{d} \; [\text{пф}].$$

Емкость при заданном угле поворота

$$C_\alpha = (2\sqrt{C_{\text{макс}} C_{\text{мин}}} - C_{\text{мин}})\,\frac{\alpha}{\pi} + (\sqrt{C_{\text{макс}}} - \sqrt{C_{\text{мин}}})^2 \cdot \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + C_{\text{мин}}.$$

Кривая внешнего радиуса пластин

$$R = \sqrt{(R^2_{\text{макс}} - r^2)\,\frac{\alpha}{\pi} + r^2} \quad [\text{см}].$$

Максимальная емкость логарифмического (среднелинейного) конденсатора

$$C_{\text{макс}} = \frac{0{,}0695\,(n-1)\,\varepsilon_r\,(R^2_{\text{макс}} - r^2)\left(1 - \dfrac{C_{\text{мин}}}{C_{\text{макс}}}\right)}{d \cdot \ln \dfrac{C_{\text{макс}}}{C_{\text{мин}}}}\ [\textit{пф}].$$

Кривая внешнего радиуса пластин

$$R = \sqrt{(R^3_{\text{макс}} - r^2)\left(\frac{C_{\text{макс}}}{C_{\text{мин}}}\right)^{\frac{\alpha - \pi}{\pi}} + r^2}\ [\textit{см}].$$

При параллельном соединении конденсаторов (рис. 5) общая емкость

$$C_{\text{общ}} = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots + C_n.$$

При последовательном соединении конденсаторов

$$\frac{1}{C_{\text{общ}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots + \frac{1}{C_n}.$$

Для двух конденсаторов, соединенных последовательно,

$$C_{\text{общ}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

10. Катушка индуктивности

Единица индуктивности генри (*гн*) — индуктивность такой катушки, в которой возникает э.д.с. самоиндукции, равная 1 *в*, при изменении силы тока в этой катушке на 1 *а* в 1 *сек*.

В радиотехнике чаще применяют более мелкие единицы индуктивности:

1 миллигенри (*мгн*) $= 10^{-3}$ *гн*;

1 микрогенри (*мкгн*) $= 10^{-6}$ *гн*.

Менее употребительна единица индуктивности, заимствованная из абсолютной системы единиц:

$$1\ \textit{см} = 10^{-9}\ \textit{гн} = 1\ \textit{нгн} = 10^{-3}\ \textit{мкгн} = 10^{-6}\ \textit{мгн}.$$

Индуктивность может быть вычислена по формуле

$$L = \frac{w^2}{R_{\text{м}}}\ [\textit{гн}].$$

Следовательно, индуктивность прямо пропорциональна квадрату числа витков w и обратно пропорциональна магнитному сопротивлению $R_{\text{м}}$:

$$R_{\text{м}} = \frac{l}{\mu q}\ [1/\textit{гн}],$$

где l — длина магнитной линии, *см*;

μ — абсолютная магнитная проницаемость, *гн/см*;

q — площадь поперечного сечения магнитного потока, *см*^{2}.

В настоящее время в технике принята величина, обратная $R_{\text{м}}$, — так называемый „коэффициент индуктивности витка". Этот коэффициент A_l иногда приводится в технических данных на маг-

нитные материалы:

$$A_l = \frac{\mu q}{l} \; [гн].$$

Величина абсолютной магнитной проницаемости μ зависит от материала. Для магнитных материалов в литературе указывается относительная магнитная проницаемость μ_r, а абсолютная магнитная проницаемость рассчитывается по формуле

$$\mu = \mu_0 \mu_r \; [гн/м],$$

где

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{гн}{м}\right] = 1{,}26 \cdot 10^{-6} \frac{гн}{м} = 1{,}26 \cdot 10^{-8} \frac{гн}{см}.$$

Символом μ_0 обозначается магнитная проницаемость вакуума или магнитная постоянная. Относительная магнитная проницаемость является безразмерной величиной.

Энергия, запасаемая в магнитном поле при его образовании, составляет:

$$w_м = \frac{LI^2}{2} \; [дж],$$

где L — индуктивность, *гн*;

I — ток, *а*.

Электродвижущая сила, наводимая в катушке, имеющей w витков, рассчитывается по формуле

$$E_{инд} = -w \frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{di}{dt}.$$

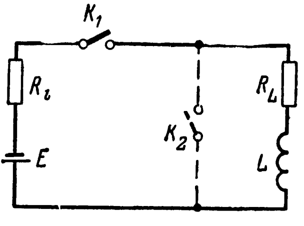


Рис. 7.

Так как в цепи, обладающей индуктивностью, значение тока не может измениться скачком, то при подключении катушки к источнику постоянного напряжения (рис. 7) и при размыкании цепи ток в последней изменяется по законам, которые подобны законам изменения напряжения на емкости в цепи с сопротивлением и емкостью.

При $R_i \ll R_L$ практически можно учитывать только сопротивление R_L. Ток в цепи при замыкании ключа K_1

$$i = \frac{E}{R_i + R_L}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_L}}\right) \; [а],$$

где R_i — внутреннее сопротивление источника, *ом*;

R_L — сопротивление катушки, *ом*;

E — э. д. с. источника, *в*;

t — время, *сек*;

τ_L — постоянная времени цепи, *сек*;

L — индуктивность, *гн*.

Постоянная времени в этом случае

$$\tau_L = \frac{L}{R_i + R_L} \; [сек].$$

Ток в цепи при выключении э. д. с. E (на рис. 7 разомкнут контакт K_1 и замкнут контакт K_2)

$$i = \frac{E}{R_L} e^{-\frac{t}{\tau_L}} [a].$$

Постоянная времени при этом

$$\tau_L = \frac{L}{R_L} [сек].$$

Интервал времени, за который ток достигает половины максимального значения,

$$t_H = 0{,}7\tau \ [сек].$$

При последовательном соединении катушек без взаимоиндукции (рис. 8) общая индуктивность

$$L_{общ} = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_n.$$

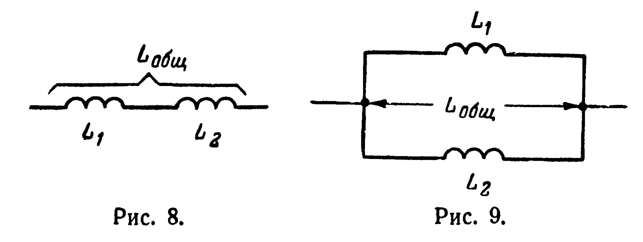


Рис. 8. Рис. 9.

При параллельном соединении (рис. 9)

$$\frac{1}{L_{общ}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots + \frac{1}{L_n}.$$

Для двух катушек, соединенных параллельно,

$$L_{общ} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}.$$

При последовательном соединении двух катушек с взаимоиндукцией (рис. 10)

$$L = L_1 + L_2 \pm 2M,$$

где M — взаимная индуктивность, *гн*.

Для случая параллельного соединения двух катушек

$$L = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 L_2 \pm 2M}.$$

Знак плюс ставится при одинаковом, а знак минус при встречном направлении магнитных полей.

Взаимная индуктивность определяется формулой

$$M = k \sqrt{L_1 L_2},$$

где буквой k обозначен коэффициент связи, который всегда меньше единицы. Определение коэффициента связи производится следующим

образом (рис. 10):

$$L_{мин} = L'' = L_1 + L_2 - 2M;$$

$$L_{макс} = L' = L_1 + L_2 + 2M;$$

$$M = \frac{L' - L''}{4};$$

$$k = \frac{L' - L''}{4L_1L_2}.$$

Индуктивность проводника относительно земли

$$L = \left[2l \ln\left(\frac{2h}{r}\right)\right] 10^{-8} \quad [мкгн],$$

где l — длина проводника, *см*;
h — высота над землей, *см*;
r — радиус проводника, *см*;
ln — натуральный логарифм.

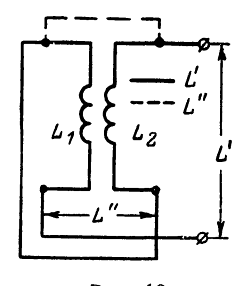


Рис. 10.

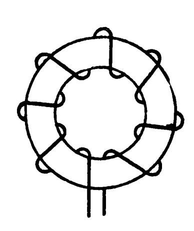


Рис. 11.

Индуктивность коаксиального кабеля

$$L = \left[2l \ln\left(\frac{D}{d}\right)\right] 10^{-3} \quad [мкгн],$$

где D — диаметр наружного провода, *см*;
d — диаметр внутреннего провода, *см*.

Индуктивность тороидальной катушки (рис. 11)

$$L = 4\pi\mu F \frac{w^2}{l} \cdot 10^{-3} \, [мкгн],$$

где w — число витков;
μ — абсолютная магнитная проницаемость материала;
F — площадь поперечного сечения магнитопровода, *см*^{2};
l — средняя длина магнитной линии, *см*.

Индуктивность катушки с прямоугольным сечением (рис. 12)

$$L = 8\,(b + h)\, w^2 k \cdot 10^{-3} \quad [мкгн],$$

где h — высота, *см*;
b — ширина, *см*;
l — длина, *см*;
k — коэффициент, определяемый по графикам на рис. 13.

Индуктивность двухпроводной линии

$$L = \left[4l \ln\left(\frac{2D}{d}\right)\right] \cdot 10^{-3} \text{ мкгн},$$

где D — расстояние между проводами, *см*;
d — диаметр проводов, *см*.

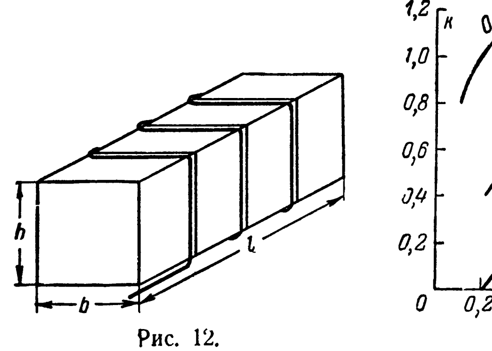


Рис. 12.

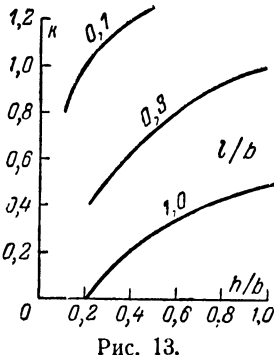


Рис. 13.

Индуктивность однослойной цилиндрической катушки (рис. 14)

$$L = \frac{w^2 D^2}{100l + 45D} \text{ [мкгн]},$$

где l — длина катушки, *см*;
D — диаметр катушки, *см*.

Эта формула справедлива при условии $l > 0{,}3\,D$.

Индуктивность катушки с сердечником из магнитодиэлектрика или феррита

$$L = A_l w^2 \text{ [мкгн]},$$

где A_l — коэффициент индуктивности витка, *мкгн*. Преобразуя эту формулу, получаем:

$$w = \sqrt{\frac{L}{A_l}}; \quad A_l = \frac{L}{w^2}.$$

Вместо значения A_l в таблицах с параметрами сердечников может быть указан так называемый коэффициент сердечника K. Величины A_l и K связаны между собой следующим соотношением:

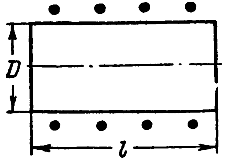


Рис. 14.

$$A_l = \frac{1}{K^2}; \quad K = \sqrt{\frac{1}{A_l}}.$$

Если для данного сердечника неизвестны ни значение K ни значение A_l, то на сердечник наматывают 100 витков провода и измеряют индуктивность в микрогенри. Затем определяют коэффициент сердечника по следующей формуле:

$$K = \frac{100}{\sqrt{L}},$$

где L — измеренная индуктивность, *мкгн*.

11. Примеры

Пример 7. Сколько метров константановой проволоки сечением $q = 1$ *мм*² потребуется для изготовления сопротивления $R = 100$ *ом*?

По табл. 2 находим удельное сопротивление константана

$$\rho = 0{,}5 \frac{ом \cdot мм^2}{м} \quad \text{или} \quad \varkappa = 2 \frac{м}{ом \cdot мм^2}.$$

Тогда

$$l = \frac{Rq}{\rho} = \frac{100 \cdot 1}{0{,}5} = 200\ м;$$

$$l = R \varkappa q = 100 \cdot 2 \cdot 1 = 200\ м.$$

Пример 8. Сопротивление катушки электромагнита составляет при комнатной температуре $R_0 = 5\,000$ *ом*. После часа работы сопротивление увеличилось до $R = 5\,780$ *ом*, а катушка нагрелась до 60° С. Из какого материала изготовлен провод катушки?

Температурный коэффициент

$$\alpha = \frac{R - R_0}{R_0\, \Delta t} = \frac{5\,780 - 5\,000}{5\,000 \cdot 40} = 0{,}0039\ 1/°\ С.$$

По табл. 2 определяем, что был взят медный провод.

Пример 9. Величина двух сопротивлений, соединенных параллельно, составляет 100 *ом*, а соединенных последовательно 800 *ом*. Требуется определить величину каждого сопротивления в отдельности.

Нам известно, что

$$R_{пар} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2};$$

$$R_{пос} = R_1 + R_2;$$

$$R_1 = R_{пос} - R_2.$$

Подставив значение R_1 из третьего равенства в первое, получим:

$$R_{пар} = \frac{(R_{пос} - R_2)\ R_2}{(R_{пос} - R_2) + R_2} = \frac{(R_{пос} - R_2)\ R_2}{R_{пос}}.$$

Таким образом, мы имеем квадратное уравнение

$$R_2^2 - R_{пос}\ R_2 + R_{пос}\ R_{пар} = 0.$$

Отсюда

$$R_2 = \frac{R_{пос}}{2} \pm \sqrt{\frac{R_{пос}^2}{4} - R_{пар}\ R_{пос}} =$$

$$= \frac{800}{2} \pm \sqrt{\frac{800^2}{4} - 100 \cdot 800} = 683\ ом$$

(отрицательное решение в данном случае не имеет смысла);

$$R_1 = R_{пос} - R_2 = 800 - 683 = 117\ ом.$$

Пример 10. К источнику постоянного напряжения 500 *в* подключен конденсатор емкостью 8 *мкф*. С зажимами конденсатора соединен вольтметр, внутреннее сопротивление которого велико по сравнению с сопротивлением потерь конденсатора. Спустя 50 *сек* после отключения конденсатора от источника напряжение на конденсаторе снизилось до 250 *в*. Каково сопротивление потерь конденсатора?

Из условия задачи вытекает, что интервал времени, по истечении которого напряжение достигло своего половинного значения (t_H), составляет 50 *сек*:

$$t_H = 0{,}7\tau;$$

$$\tau = \frac{t_H}{0{,}7} = \frac{50}{0{,}7} = 71{,}5\ сек;$$

$$R = \frac{\tau}{C} = \frac{71{,}5}{8} = 9\ Мом.$$

Пример 11. Для быстрого разряда конденсатора часто замыкают выводы его обкладок накоротко с помощью провода или отвертки. Следует иметь в виду, что возникающие при этом токи могут вывести конденсатор из строя. Конденсатор (см. предыдущий пример) разрядили, замкнув его выводы отрезком провода с сопротивлением 0,05 *ом*. Какова величина тока и выделяющаяся на сопротивлении провода мощность в момент замыкания ($t = 0$)?

$$I_{раз} = \frac{E}{R_{раз}} = \frac{500}{0{,}05} = 10\,000\ a;$$

$$P = I^2R = 10^8 \cdot 5 \cdot 10^{-2} = 5 \cdot 10^6\ вт = 5\ Мвт.$$

Пример 12. В результате производственного брака в плоском конденсаторе с поверхностью обкладок 10 *см*^{2} образовался дополнительный воздушный зазор толщиной 0,01 *см*. Диэлектрик толщиной 0,1 *см* ($\varepsilon_r = 4$) заполняет все пространство между пластинами. Какова емкость конденсатора при наличии воздушного зазора и без него?

$$C = \frac{0{,}0886 \cdot 10}{\frac{0{,}01}{1} + \frac{0{,}1}{4}} = 25\ пф;$$

$$C = \frac{0{,}0886 \cdot 4 \cdot 10}{0{,}1} = 35{,}5\ пф.$$

Пример 13. Две индуктивно связанные друг с другом катушки вместе с конденсатором образуют входное устройство (входную цепь) приемника. Значения индуктивностей: $L_1 = 100$ *мкгн*, $L_2 = 6$ *мкгн*, $L_{макс} = 130$ *мкгн* и $L_{мин} = 110$ *мкгн*. Вычислить коэффициент связи:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{L' - L''}{4\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{130 - 110}{4\sqrt{100 \cdot 6}} = 0{,}204.$$

Пример 14. Провод диаметром 1 *мм* натянут на высоте 5 *м* параллельно земле. Определить его индуктивность, если длина провода 10 *м*.

$$L = \left[2l \ln\left(\frac{2h}{r}\right)\right] 10^{-8} = \left(2 \cdot 10^{3} \ln \frac{10^3}{5 \cdot 10^{-2}}\right) \cdot 10^{-3} \approx 20\ мкгн.$$

Пример 15. Требуется изготовить катушку индуктивности $L = 200$ *мкгн* с броневым сердечником, для которого коэффициент индуктивности витка A_l равен $36{,}5 \cdot 10^{-3}$ *мкгн*. Сколько надо намотать витков?

$$W = \sqrt{\frac{L}{A_l}} = \sqrt{\frac{200}{36{,}5 \cdot 10^{-3}}} \approx 74 \text{ витка.}$$

Пример 16. Какова емкость монтажного провода диаметром 0,5 *мм* и длиной 10 *см*, отстоящего на 0,5 *см* от шасси?

$$C = \frac{0{,}24\, \varepsilon_r\, l}{\lg \frac{4h}{D}} = \frac{0{,}24 \cdot 1 \cdot 10}{\lg \frac{4 \cdot 0{,}5}{5 \cdot 10^{-2}}} = 1{,}5 \text{ пф.}$$

Пример 17. Какова максимальная емкость прямоемкостного конденсатора с двумя неподвижными и одной подвижной пластинами, если внешний радиус подвижной пластины $R = 1{,}5$ *см*, а внутренний радиус неподвижной $r = 0{,}3$ *см*? Расстояние между пластинами d составляет 0,4 *см*, а начальная емкость $C_{мин}$ равна 1 *пф*.

$$C_{макс} = \frac{0{,}139\,(n-1)\,\varepsilon_r\,(R^2 - r^2)}{d} + C_{мин} =$$

$$= \frac{0{,}139\,(3-1) \cdot 1\,(1{,}5^2 - 0{,}3^2)}{0{,}4} + 1 = 2{,}5 \text{ пф.}$$

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЦЕПЬ ПОСТОЯННОГО ТОКА

12. Основные понятия

Соотношение между напряжением U, током I и сопротивлением R выражается законом Ома:

$$U = IR,\ I = \frac{U}{R},\ R = \frac{U}{I},$$

где напряжение выражается в вольтах, ток в амперах и сопротивление в омах. Эти единицы измерения подразумеваются в ходе дальнейшего изложения.

Единицей напряжения в системе СИ является вольт *(в)*.

Определение вольта дано в гл. 1.

Дольные и кратные единицы:

1 милливольт *(мв)* $= 10^{-3}$ *в*;

1 микровольт *(мкв)* $= 10^{-6}$ *в*;

1 киловольт *(кв)* $= 10^{3}$ *в*;

1 мегавольт *(Мв)* $= 10^{6}$ *в*.

В качестве образцового источника напряжения пользуются нормальным элементом (элементом Вестона), э. д. с. которого при температуре 20° С равна 1,0183 *в*.

Единица силы тока — ампер *(а)*.

1 *а* — сила такого постоянного электрического тока, который, проходя через водный раствор азотнокислого серебра, отлагает на катоде 0,001118 *г* серебра в секунду[1].

Дольные и кратные единицы:

1 миллиампер *(ма)* $= 10^{-3}$ *а*;
1 микроампер *(мка)* $= 10^{-6}$ *а*;
1 килоампер *(ка)* $= 10^{3}$ *а*.

Работа электрического тока

$$A = UIt \ [\text{дж}]^{*};$$

$$A = I^2Rt = \frac{U^2}{R}\, t \ [\text{дж}].$$

Разделив это выражение на t, получим электрическую мощность

$$P = UI.$$

Единица мощности ватт (*вт*).

Дольные и кратные единицы:

1 милливатт (*мвт*) $= 10^{-3}$ *вт*;
1 микроватт (*мквт*) $= 10^{-6}$ *вт*;
1 киловатт (*квт*) $= 10^{3}$ *вт*;
1 мегаватт (*Мвт*) $= 10^{6}$ *вт*

Преобразования:

$$P = I^2R = \frac{U^2}{R};$$

$$U = \frac{P}{I} = \sqrt{PR};$$

$$I = \frac{P}{U} = \sqrt{\frac{P}{R}};$$

$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{U^2}{P}.$$

13. Замкнутая и разветвленная цепи постоянного тока

Ток в цепи, изображенной на рис. 15, определяется по формуле

$$I = \frac{E}{R_i + R_н}.$$

Напряжение U называется напряжением на зажимах источника:

$$U = E - IR_i = IR_н.$$

---

[1] Определение ампера, основанное на химическом действии тока. Определение ампера, принятое в Международной системе единиц СИ, приведено в гл. 1.

* Государственными стандартами допускается наряду с единицей работы джоулем применение внесистемной единицы работы и энергии ватт-час (*вт · ч*). 1 ватт-час (1 *вт · ч*) — работа, совершаемая электрическим током мощностью 1 *вт* в течение 1 *ч*.

Учитывая, что электрический ток той же мощности (1 *вт*) в течение 1 *сек* совершает работу в 1 *дж*, получаем:

$$1 \ вт \cdot ч = 3{,}6 \cdot 10^3 \ дж.$$

В зависимости от величины сопротивления нагрузки $R_н$ могут иметь место различные режимы работы.

При коротком замыкании ($R_н = 0$)

$$I_{к.з} = I_{макс} = \frac{E}{R_i};$$

$$U_{к.з} = U_{мин} = 0.$$

При холостом ходе ($R_н = \infty$)

$$U_{х.х} = U_{макс} = E;$$

$$I_{х.х} = I_{мин} = 0.$$

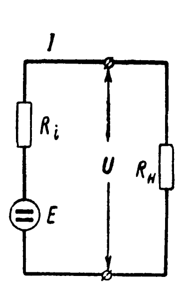
При согласованной нагрузке ($R_н = R_i$)

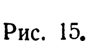
$$I = \frac{I_{к.з}}{2};$$

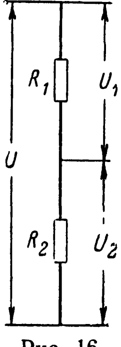
$$U = \frac{U_{х.х}}{2};$$

$$P = \frac{U_{х.х} I_{к.з}}{4}.$$

В этом случае генератор отдает в нагрузку максимально возможную мощность.




Рис. 15.



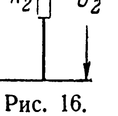


Рис. 16.

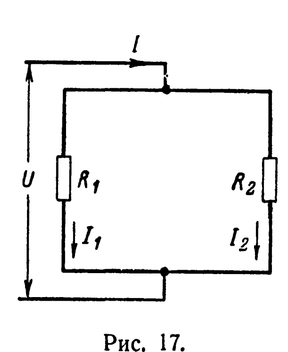


Рис. 17.

Сопротивление $R_н$ может состоять из нескольких сопротивлений.

В цепи из последовательно соединенных сопротивлений (делитель напряжения) падения напряжения на сопротивлениях пропорциональны их величинам:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Для схемы на рис. 16 справедливы следующие соотношения:

$$\frac{U}{U_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_2};$$

$$U_2 = U\frac{R_2}{R_1 + R_2};$$

$$U_1 = U\frac{R_1}{R_1 + R_2};$$

В цепи из параллельно соединенных сопротивлений (делитель тока) ток в ветвях прямо пропорционален проводимостям ветвей или обратно пропорционален сопротивлениям (рис. 17).

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{G_1}{G_2} = \frac{R_2}{R_1};$$

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2};$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

Для расширения предела измерений вольтметра (рис. 18) необходимо добавочное сопротивление $R_{доб}$

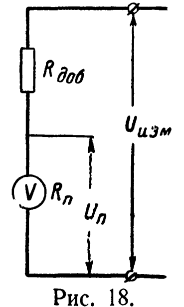


Рис. 18.

$$U_п = U_{изм} \frac{R_п}{R_{доб} + R_п};$$

$$R_{доб} = R_п \left(\frac{U_{изм}}{U_п} - 1 \right);$$

$$\frac{U_{изм}}{U_п} = n;$$

$$R_{доб} = R_п (n - 1),$$

где $U_п$ — первоначальный верхний предел напряжения, измеряемого прибором (вольтметром);

$R_п$ — сопротивление прибора (вольтметра) при этом пределе измеряемого напряжения;

$U_{изм}$ — новый (больший) предел измеряемого напряжения;

n — коэффициент умножения при переходе к новой шкале.

Для расширения предела измерений амперметра (рис. 19) необходимо шунтирующее сопротивление (шунт)

$$\frac{I_ш}{I_п} = \frac{R_п}{R_ш};$$

$$I_п = I \frac{R_ш}{R_п + R_ш};$$

$$R_ш = \frac{R_п}{\left(\frac{I}{I_п} - 1 \right)};$$

$$\frac{I}{I_п} = n;$$

$$R_ш = \frac{R_п}{(n - 1)},$$

где n — коэффициент умножения при переходе к новой (большей) шкале тока.

Сопротивление вольтметра $R_в$ определяется следующим образом (рис. 20). Подключают вольтметр к источнику напряжения E и замечают показание вольтметра. Затем включают последовательно

с вольтметром переменное сопротивление R и подбирают его величину так, чтобы напряжение, показываемое вольтметром, уменьшилось в 2 раза по сравнению с первоначальным. При этом

$$R = R_в.$$

Сопротивление R следует предварительно проградуировать.

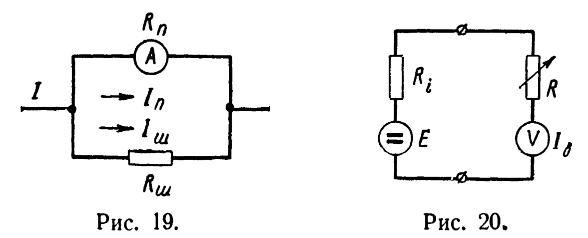


Рис. 19. Рис. 20.

Внутреннее сопротивление источника должно быть во много раз меньше, чем сопротивление $R_в$.

На этом же принципе основывается определение величины сопротивления с помощью вольтметра. В этом случае вместо переменного сопротивления R в цепь включают неизвестное сопротивление R_x. Известными должны быть напряжение U на зажимах источника,

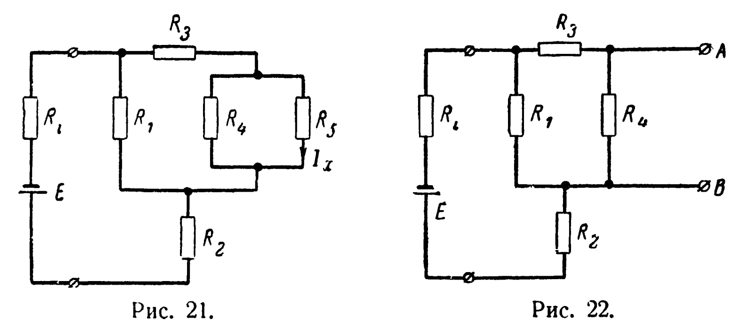


Рис. 21. Рис. 22.

сопротивление вольтметра $R_в$ и падение напряжения $U_в$ на вольтметре при включенном в цепь сопротивлении R_x. Тогда

$$R_x = R_в\left(\frac{U}{U_в} - 1\right).$$

При неизменном напряжении на зажимах источника шкалу измерительного прибора (вольтметра) можно проградуировать в омах.

Расчет напряжений и токов в разветвленных цепях является довольно сложным делом. Как правило, его производят на основе законов Кирхгофа. Однако часто требуется определить лишь одну какую-нибудь величину, и в этом случае для расчета целесообразно пользоваться теорией двухполюсников (методом эквивалентного генератора).

Первый закон Кирхгофа: сумма всех токов, приходящих к узлу электрической цепи, равна сумме всех токов, уходящих из этого узла.

Примером может служить электрическая цепь из двух параллельно соединенных сопротивлений, в которой ток I, приходящий к узлу, равен сумме токов в обеих ветвях (рис. 17):

$$I = I_1 + I_2.$$

Второй закон Кирхгофа: в замкнутой электрической цепи сумма э. д. с. равна сумме падений напряжений на сопротивлениях цепи (рис. 16):

$$U = U_1 + U_2.$$

Применение метода эквивалентного генератора требует известного навыка. Порядок расчета мы объясним на следующем примере. Допустим, требуется определить ток I_x в ветви с сопротивлением R_5 (рис. 21). Для решения задачи необходимо выполнить следующие операции:

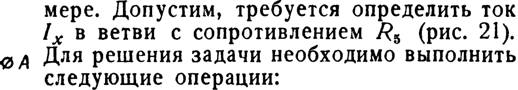


Рис. 23.

1. Исключают (выбрасывают) из схемы то сопротивление, ток в котором или падение напряжения на котором требуется определить. Для удобства перечерчивают схему, обозначив буквами A и B те ее точки, к которым было присоединено выброшенное сопротивление (рис. 22).

2. Определяют сопротивление полученной цепи между точками A и B. При этом мысленно замыкают накоротко все источники э. д. с. (E), имеющиеся в цепи (рис. 23), но оставляют в схеме цепи внутренние сопротивления этих источников. Найденное сопротивление можно рассматривать как внутреннее сопротивление R_0 „эквивалентного источника напряжения" (эквивалентного генератора), который мыслят подключенным к зажимам A и B.

3. Определяют напряжение холостого хода $U_{x\,x}$, которое существует между зажимами A и B, при включенных источниках э. д. с. E (рис. 24). Величина $U_{x\,x}$ рассчитывается с помощью обоих законов Кирхгофа.

Напряжение $U_{x\,x}$ можно рассматривать как э. д. с. эквивалентного генератора.

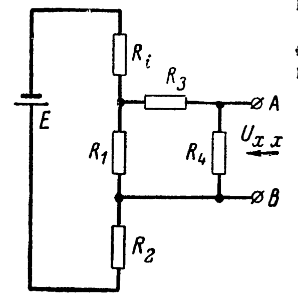


Рис. 24.

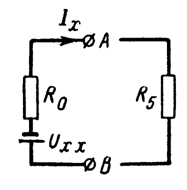


Рис. 25.

4. Определив параметры $U_{x\,x}$ и R_0 эквивалентного генератора, можно рассчитать искомый ток I_x по закону Ома для полной цепи

(рис. 25):

$$I_x = \frac{U_{x.x}}{R_0 + R_5}.$$

5. Если исключают из схемы (см. п. 1) такую часть ветви цепи, сопротивление которой равно нулю, то величина тока в ветви (см. п. 4) определяется по формуле

$$I = \frac{U_{x.x}}{R_0}.$$

При расчете многоконтурных цепей часто бывает выгодно заменить сопротивления, соединенные треугольником, сопротивлениями,

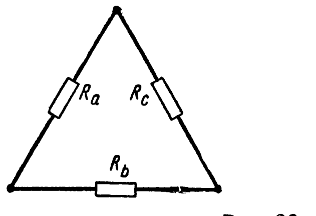


Рис. 26.

соединенными в виде звезды, или наоборот (таким образом, чтобы токи в остальных ветвях цепи остались неизменными). Такое преобразование показано на рис. 26.

Обозначим:

$$R = R_a + R_b + R_c;$$
$$R' = R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3.$$

Преобразование треугольника в звезду:

$$R_1 = \frac{R_aR_c}{R};$$

$$R_2 = \frac{R_aR_b}{R};$$

$$R_3 = \frac{R_bR_c}{R}.$$

Преобразование звезды в треугольник:

$$R_a = \frac{R'}{R_3};$$

$$R_b = \frac{R'}{R_1};$$

$$R_c = \frac{R'}{R_2}.$$

14. Примеры

Пример 18. Генератор нагружен на сопротивление $R = 55$ *ом*, а ток через нагрузку равен $I = 4$ *а*. Определить напряжение U на зажимах генератора.

$$U = IR = 4 \cdot 55 = 220 \text{ в}.$$

Пример 19. Вольтметр, имеющий сопротивление $R_в + R_{доб} = R =$ 50 *ком*, подключен к батарее от карманного фонаря и показывает напряжение $U = 4{,}5$ *в*. Определить ток I, проходящий через вольтметр.

$$I = \frac{U}{R} = \frac{4{,}5}{5 \cdot 10^4} = 9 \cdot 10^{-5} = 90 \text{ мка}.$$

Пример 20. К источнику тока подключен вольтметр, сопротивление которого очень велико по сравнению с внутренним сопротивлением источника R_i. Поэтому практически он измеряет напряжение холостого хода $U_{х.х} = 14$ *в*. Затем к зажимам источника подключается низкоомный амперметр, показывающий, что ток в цепи равен 2*а* (фактически это ток короткого замыкания $I_{к.з}$). Определить внутреннее сопротивление источника тока.

$$R_i = \frac{U_{х.х}}{I_{к.з}} = \frac{14}{2} = 7 \text{ ом}.$$

Пример 21. Паяльник, имеющий сопротивление $R = 200$ *ом*, включен в сеть напряжением $U = 220$ *в*. Определить мощность P, потребляемую паяльником.

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{220^2}{200} = 242 \text{ вт}.$$

Пример 22. Сопротивление подвижной катушки (рамки) многопредельного измерительного прибора $R_п = 300$ *ом*. Стрелка прибора отклоняется на всю шкалу при токе 1 *ма*. Для измерения токов I порядка 10 *а* требуется включить параллельно рамке сопротивление (шунт) $R_ш$. Определить его величину и потребляемую им мощность $P_ш$.

$$n = \frac{I}{I_п} = \frac{10}{1 \cdot 10^{-3}} = 10^4;$$

$$R_ш = \frac{R_п}{(n-1)} \approx \frac{300}{10^4} = 0{,}03 \text{ ом};$$

$$P_ш = I^2R = 10^2 \cdot 0{,}03 = 3 \text{ вт}.$$

Пример 23. Сопротивление $R = 1$ *Мом* необходимо составить из двух сопротивлений (R_1 и R_2) так, чтобы на одном из них падение напряжения U_2 было равно 100 *мв*, когда к обоим сопротивлениям приложено напряжение $U = 2$ *в* (рис. 27). Найти величины обоих сопротивлений.

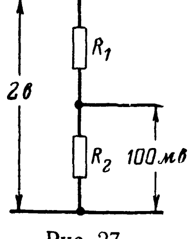


Рис. 27.

$$\frac{U}{U_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_2} = \frac{R}{R_2};$$

$$R_2 = \frac{RU_2}{U} = \frac{10^6 \cdot 10^{-1}}{2} = 5 \cdot 10^4 \text{ ом} = 50 \text{ ком};$$

$$R_1 = R - R_2 = 10^6 - 5 \cdot 10^4 = 9{,}5 \cdot 10^5 \text{ ом} = 950 \text{ ком}.$$

Пример 24. Требуется исследовать разветвленную электрическую цепь (рис. 28) методом эквивалентного генератора. В ча-

стности, нас интересует величина тока в ветви с сопротивлением R_3. Если включить в эту ветвь амперметр, то величина тока несколько изменится. Это изменение будет зависеть от величины сопротивления прибора. Спрашивается, какому условию должно удовлетворять сопротивление амперметра, чтобы изменение тока в ветви, обусловленное включением прибора, было по возможности минимальным?

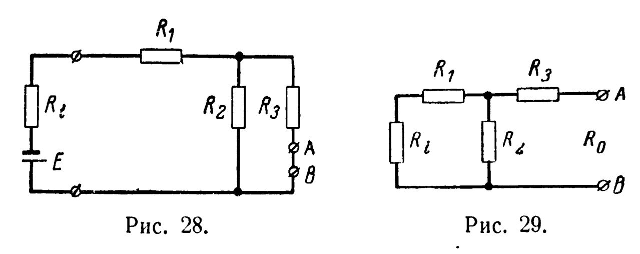


Рис. 28. Рис. 29.

Решим задачу методом эквивалентного генератора. Можно было бы исключить из схемы всю ветвь с сопротивлением R_3, как было сказано в п. 1 описания этого метода. Но мы исключим лишь участок ветви между буквами A и B, т. е. по существу разорвем ветвь (см. п. 5 описания метода).

Мысленно замкнув накоротко источник э. д. с., находим сопротивление полученной цепи (рис. 29) между зажимами A и B:

$$R_0 = \frac{(R_i + R_1)\ R_2}{R_i + R_1 + R_2} + R_3.$$

Вычисляем величину напряжения холостого хода $U_{x.x}$ между зажимами A и B. Так как цепь между этими зажимами разомкнута и ток в R_3 отсутствует, то напряжение $U_{x.x}$ равно падению напряжения на сопротивлении R_2 (рис. 30). По правилу деления напря-

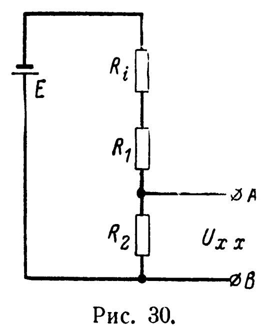


Рис. 30.

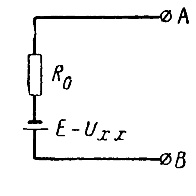


Рис. 31.

жений получаем:

$$\frac{E}{U_{x.x}} = \frac{R_i + R_1 + R_2}{R_2}; \qquad U_{x.x} = \frac{ER_2}{R_i + R_1 + R_2}.$$

Итак, мы определили э. д. с. $U_{x.x}$ и внутреннее сопротивление R_0 эквивалентного генератора (рис. 31).

Если замкнуть зажимы A и B эквивалентного генератора (рис. 31) накоротко, то в цепи установится ток

$$I = \frac{U_{х.х}}{R_0}.$$

Точно такой же ток существует в ветви с сопротивлением R_3 в исследуемой схеме (рис. 28).

Предположим, что в схеме на рис. 28 сопротивление $R_i = 0{,}1$ *ом*, $R_1 = 10$ *ом*, $R_2 = 100$ *ом*, $R_3 = 200$ *ом* и $E = 4{,}5$ *в*.

Тогда

$$R_0 = \frac{(0{,}1 + 10)\,100}{0{,}1 + 10 + 100} + 200 = \frac{1\,010}{110{,}1} + 200 = 209{,}1 \text{ ом};$$

$$U_{х.х} = \frac{4{,}5 \cdot 100}{110{,}1} = \frac{450}{110{,}1} = 4{,}09 \text{ в};$$

$$I = \frac{4{,}09}{209{,}1} = 0{,}0196 = 19{,}6 \text{ ма}.$$

Легко видеть, что сопротивление амперметра должно быть значительно меньше R_0; лишь при этом условии будет обеспечена

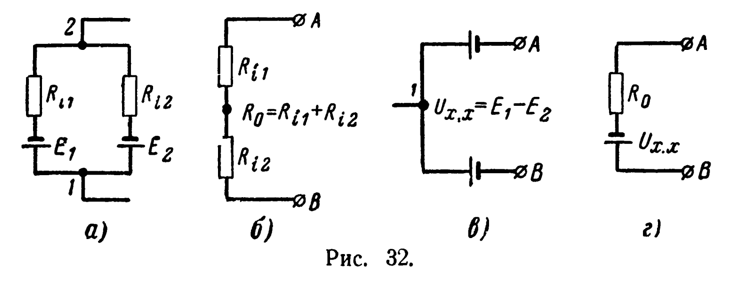


Рис. 32.

достаточная точность измерения тока. Если, например, сопротивление прибора равно всего 5 *ом*, то при включении амперметра последовательно с сопротивлением R_3 в ветви установится ток:

$$I' = \frac{4{,}09}{214{,}1} = 0{,}019 = 19 \text{ ма}.$$

Это соответствует погрешности измерения около 3%.

Пример 25. Предполагается соединить параллельно две батареи с э. д. с. E_1 и E_2 и внутренним сопротивлением R_{i1} и R_{i2} (рис. 32, *а*). Батареи имеют одинаковое число элементов, но разряжены в разной степени, и поэтому их э. д. с. различаются по величине. Определить ток, который возникнет в цепи при параллельном соединении батарей.

Решим задачу методом эквивалентного генератора.

Разорвав цепь в точке *2*, определим внутреннее сопротивление R_0 (рис. 32, *б*) и напряжение холостого хода $U_{х.х}$ (рис. 32, *в*) эквивалентного генератора (рис. 32, *г*).

Ток в цепи (рис. 32, *а*) равен току короткого замыкания эквивалентного генератора:

$$I = \frac{U_{х.х}}{R_0} = \frac{E_1 - E_2}{R_{i1} + R_{i2}}.$$

Очевидно, в цепи из двух параллельно соединенных батарей при неравенстве E_1 и E_2 возникнет ток, который будет тем больше, чем больше разница между величинами обеих э. д. с.

Например, при $E_1 = 4{,}5$ *в*, $E_2 = 4{,}3$ *в*, $R_{i1} = 0{,}02$ *ом* и $R_{i2} = 0{,}08$ *ом* ток разряда батареи с большей э. д. с.

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_{i1} + R_{i2}} = \frac{4{,}5 - 4{,}3}{0{,}02 + 0{,}08} = 2\ a.$$

Необходимо помнить о возможности появления такого тока и во избежание бесполезного разряда батареи с большей э. д. с. соединять параллельно только батареи с практически одинаковыми э. д. с.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

ЦЕПЬ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

15. Основные понятия

Переменный ток изменяется во времени по синусоидальному закону (рис. 33). Время, за которое совершается полный цикл изменений по величине и направлению, называется периодом. При векторном изображении синусоиды вектор периодически описывает угол α, равный 360° или в дуговом (радианном) измерении равный 2π. Следовательно, первый полупериод оканчивается при $\alpha = \pi$, а первое максимальное значение синусоида принимает при $\pi/2$. Время, за которое вектор описывает угол 2π [*рад*], называется периодом и обозначается буквой T. Число периодов в секунду называется частотой и обозначается буквой f. Отсюда

$$f = \frac{1}{T}\ [1/\text{сек}].$$

Рис. 33.

За единицу частоты принят герц (*гц*). Частота промышленной сети переменного тока обычно равна 50 *гц*.

В теории переменного тока часто приходится иметь дело с круговой частотой

$$\omega = 2\pi f\ [1/\text{сек}].$$

В течение периода переменный ток, изменяющийся по синусоидальному закону, достигает максимального значения 2 раза (при $\pi/2$ и $3\pi/2$). Максимальное значение тока или напряжения обозначают соответственно буквами $I_{макс}$ и, $U_{макс}$. Действующее значение переменного тока равно величине такого постоянного тока, который, проходя через сопротивление, выделяет в нем (за одинаковое время с переменным током) равное количество

$$I_{\text{дейст}} = \frac{I_{\text{макс}}}{\sqrt{2}} = I;$$

$$U_{\text{дейст}} = \frac{U_{\text{макс}}}{\sqrt{2}} = U;$$

$$I_{\text{макс}} = \sqrt{2}\ I_{\text{дейст}} = 1{,}41\ I;$$

$$U_{\text{макс}} = \sqrt{2} U_{\text{дейст}} = 1{,}41\ U.$$

Следует иметь в виду, что, например, при расчете токовой нагрузки проводов принимается во внимание действующее значение тока. Это положение во многих случаях распространяется и на напряжение. Лишь при расчете изоляции на пробой необходимо учитывать максимальное (мгновенное) значение напряжения, так как пробой может произойти во время прохождения напряжения через максимум. На шкалах измерительных приборов указываются, как правило, действующие значения тока или напряжения.

16. Сопротивление в цепи переменного тока

В омическом (активном) сопротивлении ток совпадает по фазе с напряжением (фазовый угол равен нулю); поэтому расчет цепей переменного тока с омическими сопротивлениями производится по формулам, выведенным для цепи постоянного тока. По мере повышения частоты начинает проявляться так называемый поверхностный эффект; сопротивление проводника увеличивается, так как происходит вытеснение тока к поверхности проводника. Этот эффект характеризуется глубиной проникновения тока δ. Величина δ численно равна такому расстоянию от поверхности (проводника), на котором плотность тока составляет 36% от плотности тока на поверхности. Существенно, что, хотя сопротивление проводника увеличивается с ростом частоты, оно по-прежнему остается активным: ток и напряжение в проводнике совпадают по фазе.

Глубина проникновения тока вычисляется по формуле

$$\delta = \frac{0{,}5}{\sqrt{f\varkappa\mu}}\ [мм],$$

где $\varkappa$ — удельная проводимость;
μ — магнитная проницаемость материала (для меди, алюминия и серебра $\mu = 1$);
f — частота, *Мгц*.

Для случая, когда

$$\frac{r}{2}\sqrt{\pi f\varkappa\mu} \gg 1,$$

сопротивление медного проводника можно подсчитать по формуле

$$R = \frac{1}{r^2\pi\varkappa}\left(\frac{r}{2}\sqrt{\pi f\varkappa\mu} + \frac{1}{4}\right),$$

где r — радиус проводника, *мм*;
f — частота, *гц*;

μ — магнитная проницаемость, равная 1;
$\varkappa$ — удельная проводимость, *сим*;

На частотах выше 10 *кгц* сопротивление рассчитывается по формуле

$$R_{в.ч} \approx R_{п.т} 0{,}075 d \sqrt{f},$$

где $R_{п.т}$ — сопротивление постоянному току, *ом*;
d — диаметр проводника, *см*;
f — частота, *гц*;

Если к конденсатору приложено переменное напряжение с заданной амплитудой, то величина тока через конденсатор зависит от емкости и частоты.

Модуль величины емкостного сопротивления

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad [ом],$$

где C — емкость, *ф*;
ω — круговая частота, 1/*сек*.

С повышением частоты это емкостное сопротивление уменьшается.

Конденсатор всегда обладает необратимыми тепловыми потерями. Наличие потерь можно отразить на схеме, включив параллельно емкости C активное сопротивление $R_{пар}$ (рис. 34). Расчет коэффициента потерь производится по формуле

$$\operatorname{tg} \delta_C = d_C = \frac{1}{R_{пар} \omega C},$$

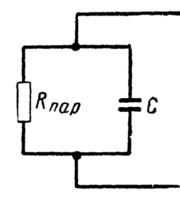


Рис. 34.

Рис. 35.

где d_C — коэффициент потерь конденсатора;

$R_{пар} = \frac{1}{R_{пос} (\omega C)^2}$ — параллельное сопротивление потерь, *ом*.

Для последовательной эквивалентной схемы (рис. 35)

$$d_C = R_{пос} \omega C,$$

где $R_{пос} = \frac{1}{R_{пар} (\omega C)^2}$ — последовательное сопротивление потерь, *ом*.

При параллельном соединении двух конденсаторов с различными коэффициентами потерь

$$d_C = \frac{d_1 C_1 + d_2 C_2}{C_1 + C_2}.$$

Величина, обратная коэффициенту потерь, называется добротностью конденсатора

$$Q_C = \frac{1}{d_C}.$$

При последовательном соединении конденсатора и активного сопротивления (рис. 35)

$$Z_{пос} = \sqrt{R^2_{пос} + X^2_C} = \sqrt{R^2_{пос} + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2};$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_C}{R_{пос}} = -\frac{1}{\omega C R_{пос}},$$

где $Z_{пос}$ — модуль полного (кажущегося) сопротивления, *ом*;
$R_{пос}$ — активное сопротивление, *ом;*
X_C — модуль емкостного сопротивления конденсатора, *ом*;
φ — угол сдвига фаз.

При параллельном соединении конденсатора и сопротивления (рис. 34)

$$Z_{пар} = \frac{R_{пар}}{\sqrt{1 + (R_{пар}\omega C)^2}};$$

$$\operatorname{tg}\varphi = R_{пар}\omega C.$$

Ток, проходящий через конденсатор, сдвинут по фазе относительно напряжения. Сдвиг зависит от отношения реактивного со-

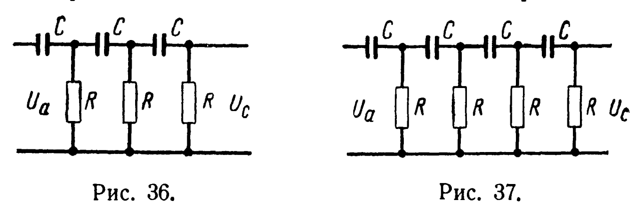


Рис. 36. Рис. 37.

противления X_C к активному. При этом ток опережает напряжение на угол φ. Это явление находит разнообразное применение в радиотехнике. Примером могут служить многозвенные фазосдвигающие цепочки, применяемые в RC генераторах.

В трехзвенной цепочке RC (рис. 36), применяемой в однoламповом генераторе на пентоде или на триоде с большой крутизной, генерируемая частота

$$f = \frac{1}{15{,}4RC} \ [гц],$$

где R — сопротивление, *ом*;
C — емкость, *ф*,
требуемый коэффициент усиления каскада $K > 29$.

В четырехзвенной цепочке RC (рис. 37), применяемой в однoламповом генераторе на триоде, генерируемая частота

$$f = \frac{1}{7{,}53RC} \ [гц];$$

требуемый коэффициент усиления каскада $K > 18{,}4$.

Два последовательно соединенных конденсатора составляют емкостный делитель переменного напряжения, коэффициент передачи

которого не зависит от частоты. Если параллельно конденсаторам в схеме делителя включаются активные сопротивления, то они должны по своей омической величине значительно превышать модули реактивных сопротивлений тех конденсаторов, параллельно которым включены.

Для схемы на рис. 38 справедливо следующее выражение:

$$U_C = U\frac{C_1}{C_1 + C_2}.$$

Емкостные делители напряжения применяются в параллельных колебательных контурах, когда, например, необходимо обеспечить разное входное и выходное сопротивления. С помощью емкостного

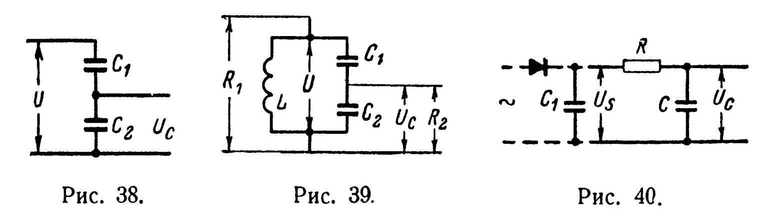


Рис. 38. Рис. 39. Рис. 40.

делителя можно осуществить преобразование (трансформацию) сопротивления контура на резонансной частоте (рис. 39):

$$R_1 = \left(\frac{C_2}{C}\right)^2 R_2,$$

где R_1 и R_2 — сопротивления параллельного контура, измеренные на резонансной частоте, между точками, показанными на рис. 39.

Для схемы на рис. 39 справедливы следующие соотношения:

$$\frac{U}{U_C} = v;$$

$$C_1 = \frac{vC}{v-1};$$

$$C_2 = vC = C_1(v-1);$$

$$C = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}.$$

При таком определении емкостей C_1 и C_2 резонансная частота колебательного контура остается неизменной.

В блоке питания для сглаживания выпрямленного тока пользуются фильтрами с RC звеньями (рис. 40).

При однополупериодном выпрямлении коэффициент фильтрации (при частоте напряжения сети 50 *гц*)

$$s = \frac{U_s}{U_C} = \frac{R}{X_C} = 0{,}314\,RC,$$

где U_s и U_C — переменные составляющие напряжения.

Амплитуда напряжения пульсации на емкости C_1

$$U_{п1}=4,5\frac{I}{C_1}\ [в],$$

$$U_{п2}=\frac{320}{RC}\ [\%],$$

где $U_{п2}$ — величина пульсирующего напряжения на емкости C в процентах к $U_{п1}$;
R — сопротивление фильтра, *ком*;
C — емкость фильтра, *мкф*;
C_1 — зарядная емкость, *мкф*;
I — выпрямленный ток, *ма*.

При двухполупериодном выпрямлении

$$s=0,628\,RC;$$

$$U_{п1}=1,5\frac{I}{C_1}\ [в];$$

$$U_{п2}=\frac{160}{RC}\ [\%].$$

Сопротивление индуктивности переменному току

$$X_L=\omega L,$$

где L — индуктивность, *гн*;
ω — круговая частота, 1/*сек*.

С повышением частоты индуктивное сопротивление X_L увеличивается.

Наличие тепловых потерь в катушке можно отразить на схеме, включив омическое сопротивление потерь параллельно или последовательно с индуктивностью. Потери в катушках всегда значительно больше, чем потери в конденсаторах. Поэтому в схемах с катушкой и конденсатором часто можно пренебрегать сопротивлением потерь конденсатора. Сопротивление потерь в катушках обусловлено прежде всего поверхностным эффектом, сопротивлением провода катушки, потерями на гистерезис и на вихревые токи в сердечнике.

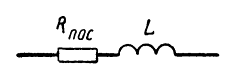


Рис. 41.

При последовательном соединении индуктивности и сопротивления потерь (рис. 41)

$$\operatorname{tg}\delta_L=d_L=\frac{R_{пос}}{\omega L};$$

$$R_{пос}=d_L\,\omega L.$$

При параллельном соединении (рис. 42)

$$\operatorname{tg}\delta_L=d_L=\frac{\omega L}{R_{пар}};$$

$$R_{пар}=\frac{\omega L}{d_L};$$

$$R_{пар}=\frac{(\omega L)^2}{R_{пос}}.$$

Величина, обратная коэффициенту потерь d_L катушки, называется добротностью

$$Q = \frac{1}{d_L}.$$

Сопротивление потерь катушки можно определить путем измерения добротности (рис. 43). Измеряемую катушку L соединяют с конденсатором переменной емкости C в последовательный колебательный контур, который настраивают в резонанс на рабочую частоту генератора. При неизменном выходном напряжении генератора, которое должно быть известно, вольтметром V (ламповым) измеряют напряжение U_C на конденсаторе. Зная обе величины, определяют добротность катушки Q (если можно пренебречь коэффициентом потерь конденсатора C):

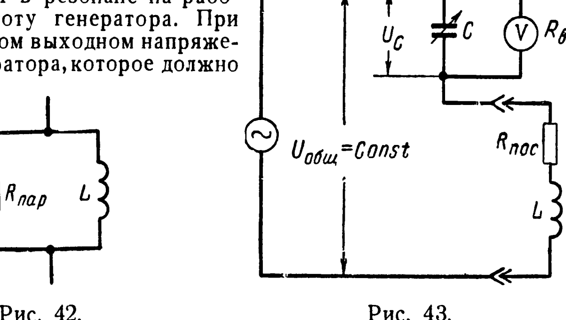


Рис. 42. Рис. 43.

$$\frac{U_C}{U_{\text{общ}}} = Q;$$

$$R_{\text{пос}} = \frac{\omega l}{Q};$$

Сопротивление потерь можно также определить, измерив ширину полосы пропускания контура по напряжению $в$ (рис. 44). Для этого берут параллельный колебательный контур. Ширина полосы определяется теми точками резонансной кривой, в которых напряжение на контуре при изменении частоты генератора убывает до 0,707 от своей величины при резонансной частоте:

$$b = 2\Delta\omega = f_{\text{в}} - f_{\text{н}};$$

$$Q = \frac{f_0^*}{b};$$

$$d_L = \frac{b}{f_{\text{рез}}},$$

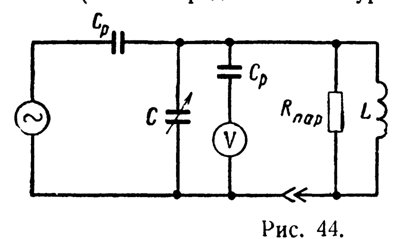
---

* Формула справедлива при условии, что внутреннее сопротивление генератора в схеме на рис. 44 имеет бесконечно большую величину. Практически оно должно быть порядка нескольких сотен килоом. Если же оно равно нескольким сотням ом, то последова-

где f_0 — резонансная частота;

$f_в$ — верхняя граница полосы пропускания (частота выше f_0, при которой напряжение на контуре уменьшается до 0,707 от резонансной величины);

$f_н$ — нижняя граница полосы пропускания контура по напряжению (также определяемая на уровне 0,707).



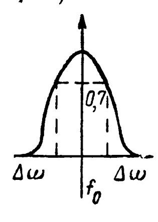


Рис. 44.

Вместо изменения частоты генератора можно менять емкость конденсатора C. Тогда

$$Q=\frac{2C_0}{\Delta C};$$

$$d_L=\frac{\Delta C}{2C_0},$$

где C_0 — емкость конденсатора C при настройке контура в резонанс на частоту генератора;

$\Delta C=C_в-C_н$ — соответственно большее и меньшее, чем C_0, значения емкости конденсатора C, соответствующие уменьшению напряжения на контуре до 0,707 от резонансного значения.

При ω, $1/сек$, и ΔC, $ф$,

$$R_{пар}=\frac{1}{\Delta C\omega}\ [ом];$$

$$R_{пос}=\frac{L}{CR_{пар}}\ [ом].$$

Каждая катушка индуктивности имеет собственную емкость. Последнюю можно измерить, соединив катушку через конденсатор связи с измерительным генератором (рис. 45) и настроив генератор (по ламповому вольтметру V) на резонансную частоту f_0. Тогда, пренебрегая влиянием конденсатора связи, собственную емкость катушки вычисляют по формуле

тельно с генератором необходимо включить активное сопротивление, величина которого во много (20 и более) раз превышает величину $R_{рез}$ резонансного сопротивления параллельного контура.

Разделительную емкость $C_р$, включенную между генератором и параллельным контуром, из схемы можно исключить. Ее наличие создает в схеме резонанс напряжений на частоте, более низкой, чем частота резонанса токов параллельного контура. Чем меньше эта емкость, тем ближе лежит частота резонанса напряжений к частоте резонанса токов.

$$C_{\text{соб}} = \frac{1}{\omega_{\text{рез}}^2 L} \; [\phi],$$

где L — индуктивность катушки, *гн*;

$\omega_0 = 2\pi f_0$, *гц*.

Для измерения собственной емкости катушки можно пользоваться также графическим методом. Для этого определяют резонансную частоту параллельного колебательного контура (рис. 46) для различных значений конденсатора $C_{\text{пар}}$ и результаты наносят на график (рис. 47). Точка пересечения полученной прямой с осью абсцисс и определяет собственную емкость катушки:

$$\frac{1}{f^2} = 40L\,(C_{\text{соб}} + C_{\text{пар}}).$$

Рис. 45.

При последовательном соединении катушки индуктивности и активного сопротивления (рис. 41)

$$Z_{\text{пос}} = \sqrt{R_{\text{пос}}^2 + X_L^2} = \sqrt{R_{\text{пос}}^2 + (\omega L)^2} \; [\text{ом}];$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L}{R_{\text{пос}}} = \frac{\omega L}{R_{\text{пос}}},$$

где $Z_{\text{пос}}$ — модуль полного (кажущегося) сопротивления, *ом*;
$R_{\text{пос}}$ — активное сопротивление, *ом*;
X_L — модуль индуктивного сопротивления, *ом*;
φ — угол сдвига фаз.

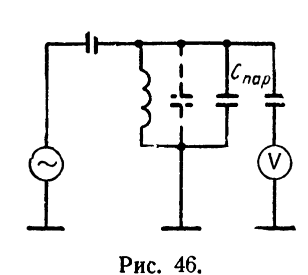


Рис. 46.

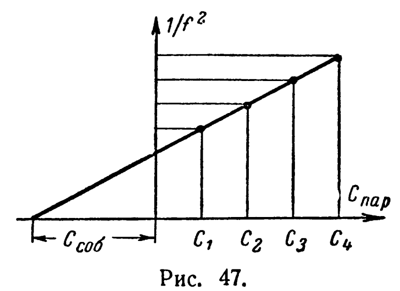


Рис. 47.

При параллельном соединении индуктивности и активного сопротивления (рис. 42)

$$Z_{\text{пар}} = \frac{R_{\text{пар}} X_L}{\sqrt{R_{\text{пар}}^2 + X_L^2}} = \frac{R_{\text{пар}} \omega L}{\sqrt{R_{\text{пар}}^2 + (\omega L)^2}} \; [\text{ом}];$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{R_{\text{пар}}}{\omega L}.$$

Приведем теперь практические формулы для расчета катушки с сердечником из трансформаторной стали (дросселя) при заданных индуктивности L, длине воздушного зазора δ и токе I.

Выбирают индукцию 0,7 *тл* (7 000 *гс*).

Число витков

$$w = \frac{8 \cdot 10^3 \delta B}{I},$$

где δ — длина воздушного зазора, *см*;

B — индукция, *тл* (обычно выбирают $B = 0{,}7$ *тл*);

I — ток, *а*.

Поперечное сечение сердечника

$$Q_c = \frac{1{,}1 L \delta \cdot 10^8}{0{,}4 w^2} \ [см^2],$$

где L — индуктивность, *гн*.

При плотности тока 2,5 *а/мм²* диаметр провода обмотки

$$d = 0{,}7 \sqrt{I} \ [мм].$$

Приводим также упрощенные формулы для расчета трансформатора питания.

Мощность в первичной обмотке

$$P_1 = 1{,}18 P_2 \ [ва],$$

где P_2 — суммарная мощность во вторичных обмотках.

Поперечное сечение сердечника

$$Q_c = \sqrt{P_1} \ [см^2].$$

Число витков первичной обмотки

$$w_1 = 38 \frac{U_1}{Q_c},$$

где U_1 — напряжение первичной обмотки, *в*.

Число витков вторичной обмотки

$$w_2 = 42 \frac{U_2}{Q_c},$$

где U_2 — напряжение вторичной обмотки, *в*.

Диаметр провода

$$d = 0{,}7 \sqrt{I} \ [мм],$$

где I — ток, *а*.

Упрощенный расчет выходного трансформатора, применяемого для согласования сопротивления звуковой катушки громкоговорителя с внутренним сопротивлением оконечной лампы, можно осуществить по следующим формулам.

Сечение сердечника

$$Q_c = 20 \sqrt{\frac{P_{вых}}{f_н}} \ [см^2],$$

где P — выходная мощность, *вт*;

$f_н$ — нижняя граничная частота, *гц*.

Длина воздушного зазора

$$\delta = 0,4\ \sqrt{Q_c}\ [мм].$$

Индуктивность первичной обмотки

$$L_a = \frac{207 R_a}{f_н}\ [гн],$$

где R_a — сопротивление анодной нагрузки выходной лампы, *ком*.

Число витков первичной обмотки

$$w_1 = 10^3 \sqrt{\frac{10 L_a}{Q_c}}.$$

Число витков вторичной обмотки

$$w_2 = w_1 \sqrt{\frac{R_{зв}}{R_a}},$$

где $R_{зв}$ — сопротивление звуковой катушки громкоговорителя, *ком*.

Переменная составляющая анодного тока

$$I_\sim = \sqrt{\frac{10^3 P_{вых}}{R_a}}\ [ма].$$

Суммарный ток в первичной обмотке

$$I_1 = I_a + I_\sim,$$

где I_a — анодный ток покоя оконечной лампы, *ма*.

Ток во вторичной обмотке

$$I_2 = \sqrt{\frac{P_{вых}}{R_{зв}}}\ [ма].$$

Диаметр провода обмотки

$$d = 0,7\ \sqrt{I}\ [мм].$$

17. Мощность переменного тока

Различают активную (P_a), реактивную (P_p) и полную (P) мощность (рис. 48):

$$P_a = UI \cos\varphi\ [вт];$$

$$P_p = UI \sin\varphi\ [ва];$$

$$P = UI\ [ва].$$

Рис. 48.

Между ними существуют следующие расчетные соотношения:

$$P = \sqrt{P_a^2 + P_p^2},$$

так как

$$\sqrt{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi} = 1.$$

Напряжение U (в вольтах), ток I (в амперах) и сопротивление R (в омах) находятся в тесной связи с мощностью:

$$U_{а}=\frac{P_{а}}{I}=U\cos\varphi;\quad U_{р}=\frac{P_{р}}{I}=U\sin\varphi;$$

$$U=\frac{P}{I};$$

$$I_{а}=\frac{P_{а}}{U}=I\cos\varphi;\quad I_{р}=\frac{P_{р}}{U}=I\sin\varphi;$$

$$I=\frac{P}{U};$$

$$R_{а}=\frac{U_{а}}{I}=\frac{P_{а}}{I^2}=Z\cos\varphi;$$

$$R_{р}=X=\frac{U_{р}}{I}=\frac{P_{р}}{I^2}=Z\sin\varphi;$$

$$R=Z=\frac{U}{I}=\frac{P}{I^2}.$$

18. Примеры

Пример 26. Определить сопротивление потерь бумажного конденсатора (полагая, что оно включено параллельно или последовательно с емкостью), если коэффициент потерь $d_C=10^{-2}$, емкость $C=5$ *нф*, а частота $f=5$ *кгц*?

$$R_{пар}=\frac{1}{d_C\,\omega C}=\frac{1}{10^{-2}\cdot 2\cdot 3{,}14\cdot 10^{8}\cdot 5\cdot 10^{-9}}=$$

$$=\frac{10^8}{31{,}4}=3{,}18\ \textit{Мом};$$

$$R_{пос}=\frac{d_C}{\omega C}=\frac{10^{-2}}{2\cdot 3{,}14\cdot 10^{8}\cdot 5\cdot 10^{-9}}=\frac{10^4}{31{,}4}=319\ \textit{ом}.$$

Пример 27. На лампе ЕСС 83 нужно собрать RC генератор с частотой генерации $f=1$ *кгц*. Емкость C принята равной 1 *нф*. Определить величину сопротивления фазосдвигающей цепочки.

Лампа ЕСС 83 — двойной триод. Коэффициент усиления каждого триода равен 50. Следовательно, для схемы генератора можно выбрать трехзвенную RC цепочку. Вычислим величину сопротивления

$$R=\frac{1}{15{,}4Cf}=\frac{1}{15{,}4\cdot 10^{-9}\cdot 10^{3}}=65\ \textit{ком}.$$

Пример 28. В анодную цепь лампы задающего генератора включен параллельный колебательный контур. Переменная составляющая напряжения на контуре равна 20 *в*. За генератором следует буферный каскад, лампа которого должна работать без сеточных токов, чтобы не нагружать задающий генератор. Для обеспечения работы без сеточных токов на управляющую сетку лампы буферного каскада с помощью емкостного делителя подается переменное

напряжение, равное 0,5 *в*. Следовательно, требуемый коэффициент деления $v = 20 : 0{,}5 = 40$. Емкость колебательного контура $C = 50$ *пф*. Найти значения емкостей в схеме делителя напряжения.

$$C_1 = \frac{vC}{v-1} = \frac{40 \cdot 50}{40-1} = 51{,}3 \text{ пф};$$

$$C_2 = vC = 40 \cdot 50 = 2\,000 \text{ пф} = 2 \text{ нф}.$$

Пример 29. С помощью куметра найдено, что катушка индуктивностью $L = 20$ *мкгн* имеет добротность 120. Требуется определить последовательное и параллельное сопротивление потерь. Измерение выполнено на частоте $f = 3$ *Мгц*.

$$R_{пос} = \frac{\omega L}{Q} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 10^6 \cdot 20 \cdot 10^{-6}}{120} = 3{,}14 \text{ ом};$$

$$R_{пар} = \omega L Q = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 10^6 \cdot 20 \cdot 10^{-6} \cdot 120 = 45{,}2 \text{ ком}.$$

Пример 30. Путем измерения ширины полосы пропускания требуется определить параллельное сопротивление потерь катушки. Напряжение измерительной частоты $f = 1$ *Мгц* создается кварцевым генератором. Для уменьшения напряжения на контуре до 0,707 от резонансной величины потребовалось изменить емкость контура на величину $\Delta C = 5$ *пф*. Какова величина параллельного сопротивления?

$$R_{пар} = \frac{1}{\Delta C \omega} = \frac{1}{5 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10^6} = 31{,}8 \text{ ком}.$$

ГЛАВА ПЯТАЯ
КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ КОНТУРЫ

19. Последовательный колебательный контур

В радиотехнике часто пользуются явлением резонанса. На колебательную систему (резонансный контур) подают переменное напряжение определенной частоты и на реактивном сопротивлении последовательного колебательного контура (рис. 49) получают при резонансе напряжение, увеличенное в Q раз (Q — добротность):

$$U_C = U_L = QU_{общ}.$$

Рис. 49.

В сопротивлении $R_{пос}$ считают сосредоточенными все потери колебательного контура. Поэтому в последовательном колебательном контуре потери тем меньше, чем меньше величина $R_{пос}$; от этого зависит и величина тока, проходящего через колебательный контур в момент резонанса. Модуль сопротивления последовательного колебательного контура (при переменном токе) вычисляется по формуле

$$Z = \sqrt{R^2_{пос} + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \text{ [ом]}.$$

Фазовый угол

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R_{\text{пос}}}.$$

При резонансе (ω_0) оба реактивных сопротивления одинаковы по модулю и взаимно уничтожаются; таким образом, сопротивление контура равно сопротивлению потерь (активному сопротивлению):

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0;$$

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C};$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \ [1/сек].$$

Резонансную частоту f_0 рассчитывают по следующим формулам:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \ [гц],$$

где L — индуктивность, *гн*, и C — емкость, *ф*;

$$f_0 = \frac{5\,030}{\sqrt{LC}} \ [кгц],$$

где L — индуктивность, *мгн*, и C — емкость, *пф*;

$$f_0 = \frac{159{,}2}{\sqrt{LC}} \ [Мгц],$$

где L — индуктивность, *мкгн*, и C — емкость, *пф*.

Ток в последовательном резонансном контуре

$$I = \frac{U}{\sqrt{R_{\text{пос}}^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

Из многих возможных применений последовательного колебательного контура укажем на его использование в качестве отсасывающей цепи в антенном входе супергетеродинного приемника; в этом случае резонансная частота должна быть равна промежуточной частоте.

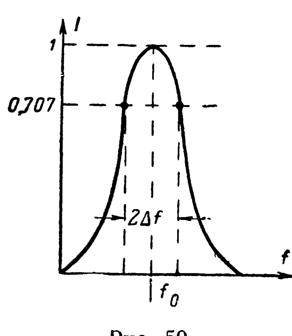


Рис. 50.

Последовательный колебательный контур часто применяется при измерении добротности катушек индуктивности (рис. 43). Для этого при неизменном входном напряжении измеряют резонансное напряжение на конденсаторе переменной емкости. Добротность катушки определяется по формуле

$$Q = \frac{U_C}{U_{\text{общ}}}.$$

Измерение ширины полосы (рис. 50), о котором упоминалось выше, позволяет определить общие потери колебательного контура:

$$b = 2\Delta f;$$

$$Q = \frac{f_0}{b};$$

$$d = \frac{b}{f_0},$$

где b — абсолютная полоса пропускания, заключенная между двумя точками резонансной кривой, взятыми на уровне 0,707 от максимальной амплитуды.

При резонансной частоте f_0

$$R_{\text{пос}} = d\omega_0 L = \frac{d}{\omega_0 C} \ [\textit{ом}],$$

где $d = d_L + d_C$.

На частотах, отличающихся от резонансной, справедливы следующие формулы:

$$R_{\text{пос}} = r_L + r_C = (d_L + d_C)\sqrt{\frac{L}{C}} \ [\textit{ом}];$$

$$r_L = d_L \sqrt{\frac{L}{C}};$$

$$r_C = d_C \sqrt{\frac{L}{C}},$$

где L — индуктивность, *гн*;

C — емкость, *ф*.

20. Параллельный колебательный контур

В параллельном колебательном контуре индуктивность L, емкость C и сопротивление потерь $R_{\text{пар}}$ соединены параллельно (рис. 51). Такой колебательный контур получил очень широкое распространение в радиотехнике.

При расчете сопротивления параллельных колебательных контуров удобно исходить из величин проводимости, так как в этом случае задача сводится к сложению этих величин. Величина полной проводимости цепи параллельного колебательного контура подсчитывается по формуле

$$G = \sqrt{\frac{1}{R^2_{\text{пар}}} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} \ [\textit{сим}].$$

Так как $R = \frac{1}{G}$, то

$$Z = \frac{R_{\text{пар}}}{\sqrt{1 + R^2_{\text{пар}}\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}} \ [\textit{ом}].$$

Рис. 51.

Фазовый угол

$$\operatorname{tg}\varphi = -R_{\text{пар}}\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right).$$

На резонансной частоте (ω_0) оба реактивных сопротивления равны по модулю:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C},$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \; [1/сек].$$

Следовательно, формулы для вычисления резонансной частоты одинаковы для параллельного и последовательного колебательных контуров.

В параллельном колебательном контуре токи в ветвях с реактивными сопротивлениями оказываются в Q раз больше, чем ток в общей ветви:

$$I_C = I_L = QI.$$

При настройке параллельного контура на резонансную частоту реактивные сопротивления взаимно уничтожаются, и на активном сопротивлении $R_{пар}$ происходит выделение резонансного напряжения. Это явление используется в приемниках и передатчиках.

Резонансное сопротивление параллельного колебательного контура

$$R_{рез} = \frac{L}{CR_S} \; [ом],$$

где R_S — активное сопротивление потерь, *ом*;
L — индуктивность, *гн*;
C — емкость, *ф*.

Величина резонансного сопротивления зависит от добротности контура:

$$R_{рез} = \frac{\omega_0 L}{d} = Q\omega_0 L = Q\sqrt{\frac{L}{C}} \; [ом],$$

где d — коэффициент потерь контура.

Если, настроив контур в резонанс, изменить емкость C вблизи резонансной частоты так, чтобы напряжение на контуре составляло 0,707 от значения максимального напряжения, то резонансное сопротивление можно найти из выражения

$$R_{рез} = \frac{1}{\Delta C \omega_0} \; [ом],$$

где ΔC — изменение емкости, *ф*.

Ширина полосы пропускания параллельного колебательного контура

$$b = f_0 d = \frac{f_0}{Q}.$$

Если необходимо увеличить ширину полосы пропускания параллельного колебательного контура, то это можно сделать, зашунтировав контур активным сопротивлением. Величина шунта

$$R'_{пар} = \frac{L}{C(R_t - R_s)} \; [ом],$$

где L — индуктивность, *гн*;

C — емкость, *ф*;

R_s — последовательное сопротивление потерь, *ом*;

R_t — последовательное сопротивление потерь катушки, необходимое для получения требуемой полосы пропускания, *ом*.

В случае использования нескольких колебательных контуров с одинаковой резонансной частотой, например в многоконтурных приемниках прямого усиления, ширина полосы пропускания уменьшается (по сравнению с полосой одиночного контура). В двухконтурном приемнике она составляет 0,642 b, а в трехконтурном 0,51 b.

Изменять частоту контура в пределах определенного диапазона можно посредством конденсатора переменной емкости. Диапазон изменения емкости конденсатора

$$C = C_{\text{макс}} - C_{\text{мин}},$$

где $C_{\text{макс}}$ — конечная емкость конденсатора, *пф*;

$C_{\text{мин}}$ — начальная емкость конденсатора, *пф*.

При расчете необходимо учитывать все остальные емкости, включенные параллельно, в том числе емкость подстроечного конденсатора $C_{\text{п}}$, емкость монтажа $C_{\text{м}}$ и собственную емкость катушки индуктивности $C_{\text{к}}$:

$$C_{\text{пар}} = C_{\text{п}} + C_{\text{м}} + C_{\text{к}}.$$

С учетом емкости $C_{\text{пар}}$ величина изменения емкости колебательного контура

$$C = (C_{\text{макс}} + C_{\text{пар}}) - (C_{\text{мин}} + C_{\text{пар}}) = C_{\text{кон}} - C_{\text{нач}};$$

$$C_{\text{кон}} = C_{\text{макс}} + C_{\text{пар}};$$

$$C_{\text{нач}} = C_{\text{мин}} + C_{\text{пар}},$$

где $C_{\text{нач}}$ — начальная емкость колебательного контура, *пф*;

$C_{\text{кон}}$ — конечная емкость колебательного контура, *пф*.

Коэффициент перекрытия диапазона, т. е. отношение минимальной частоты к максимальной частоте контура, определяется из формулы

$$\frac{C_{\text{кон}}}{C_{\text{нач}}} = \left(\frac{f_{\text{макс}}}{f_{\text{мин}}}\right)^2.$$

Таким образом, чтобы получить, например, отношение частот 1 : 3, необходимо обеспечить отношение емкостей 1 : 9.

Необходимая параллельная индуктивность рассчитывается по формуле

$$L = \frac{2{,}53 \cdot 10^{10}}{f^2_{\text{макс}} C_{\text{нач}}},$$

где $f_{\text{макс}}$ — максимальная частота, *кгц*;

$C_{\text{нач}}$ — начальная емкость, *пф*.

При налаживании точная установка верхней границы диапазона производится подстроечным конденсатором при полностью выведенном конденсаторе переменной емкости.

Резонансное сопротивление параллельного колебательного контура, как правило, высокое. Если к контуру надо подключить сопротивление, величина которого невелика по сравнению с сопротивлением контура при резонансе, то необходимо подобрать соответствующий способ связи, так как иначе в контур будет внесено

недопустимое затухание. Можно применить трансформаторную, автотрансформаторную и емкостную связь. Примерами могут служить индуктивная связь контура с антенной и подключение детектора к части катушки контура промежуточной частоты в супергетеродинном приемнике.

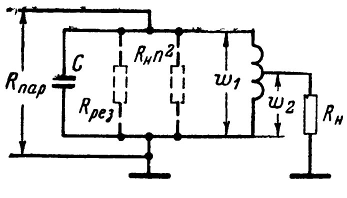


Рис. 52.

На рис. 52 показан подобный случай подключения низкоомного сопротивления нагрузки $R_н$ к контуру посредством отвода. Преобразование сопротивлений происходит в соответствии с коэффициентом трансформации

$$n = \frac{w_1}{w_2}; \qquad R = n^2 R_н.$$

Если $R_н$ — омическое сопротивление, то результирующее сопротивление контура определяется по формуле

$$R_{пар} = \frac{n^2 R_н R_{рез}}{n^2 R_н + R_{рез}},$$

где $R_{рез}$ — резонансное сопротивление параллельного контура при отключенном сопротивлении $R_н$. Сопротивление $R_{рез}$ и пересчитанное сопротивление нагрузки $R_н n^2$ показаны на рис. 52 штриховыми линиями.

При рассмотрении цепи постоянного тока мы указывали, что генератор с внутренним сопротивлением R_i отдает максимальную

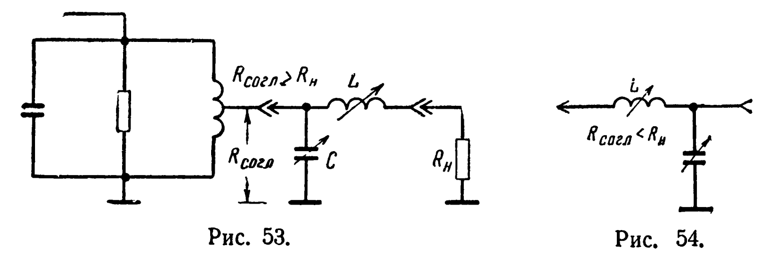


Рис. 53. Рис. 54.

мощность сопротивлению нагрузки $R_н$ в том случае, если $R_i = R_н$. Это положение остается в силе и для контуров связи оконечных каскадов передатчиков с антенной, где рассогласование может привести к перегрузке выходной лампы. Точно так же во избежание отражений кабель всегда нагружают на его волновое сопротивление.

На рис. 53 и 54 показаны схемы согласования с помощью Г-образного звена фильтра нижних частот.

Если $R_{согл} > R_н$, то для схемы на рис. 53 при согласовании справедливы следующие соотношения:

$$C = \frac{1}{\omega R_{согл}} \sqrt{\frac{R_{согл} - R_н}{R_н}} \ [ф];$$

$$L = \frac{R_{согл} - R_н}{\omega} \sqrt{\frac{R_н}{R_{согл} - R_н}} \ [гн];$$

где R — *ом*;

ω — 1 *сек* или f — *гц*.

Для случая $R_{согл} < R_н$ (рис. 54)

$$C = \frac{1}{\omega R_н} \sqrt{\frac{R_н - R_{согл}}{R_{согл}}} \ [ф];$$

$$L = \frac{1}{\omega} \sqrt{R_{согл} (R_н - R_{согл})} \ [гн].$$

21. Входная цепь приемника

Для получения максимального напряжения сигнала во входной цепи приемника антенная и входная цепи должны быть настроены в резонанс и согласованы между собой. Эти требования не всегда удается выполнить. На практике большей частью применяют индуктивную или емкостную связь с антенной.

При индуктивной связи (рис. 55) коэффициент трансформации

$$n = \frac{w_2}{w_1} = \frac{U}{U_{ант}} = \frac{L}{M},$$

коэффициент взаимоиндукции

$$M = k \sqrt{L L_{ант}},$$

коэффициент связи

$$k = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{L}{L_{ант}}}.$$

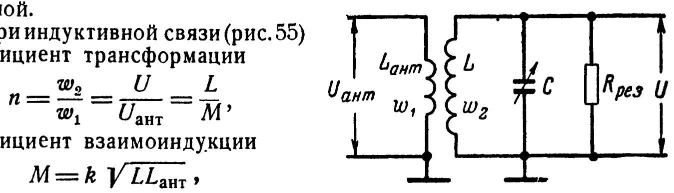


Рис. 55.

Учитывая эти соотношения, рассмотрим влияние длины антенны на входную цепь приемника.

Длина антенны меньше $\lambda/4$ (антенна ведет себя как емкость). К обмотке w_1 подключено параллельное соединение $C_{ант}$ и

$$R'_{пар} \approx \frac{1}{(R_{изл} + R_п)\, \omega C^2_{ант}} \ [ом],$$

где $R_{изл}$ — сопротивление излучения антенны, *ом*;

$R_п$ — общее сопротивление потерь антенной цепи, *ом*.

Наличие связи антенны с контуром LC приводит к рассогласованию последнего на величину

$$\Delta C = \frac{C_{ант}}{n^2}$$

и к появлению параллельного сопротивления потерь

$$R = n^2 R'_{пар}.$$

Длина антенны равна $\lambda/4$ (резонанс в антенной цепи).

К обмотке w_1 подключено только сопротивление $(R_{изл} + R_п)$, которое пересчитывается в цепь контура пропорционально квадрату коэффициента трансформации.

Передача максимальной мощности из антенной цепи в контур будет обеспечена при выполнении условия

$$n^2 (R_{изл} + R_п) = \frac{R_{рез} R_{вх}}{R_{рез} + R_{вх}},$$

где $R_{рез}$ — сопротивление контура при резонансе;

$R_{вх}$ — входное сопротивление лампы.

Длина антенны больше $\lambda/4$ (антенна ведет себя как индуктивность). В этом случае возникают индуктивное рассогласование входной цепи

$$\Delta L = n^2 L_{ант}$$

и соответствующее затухание.

При емкостной связи антенны с колебательным контуром (рис. 56) возникающее в антенне напряжение распределяется между сопротивлением конденсатора $C_к$ и сопротивлением контура.

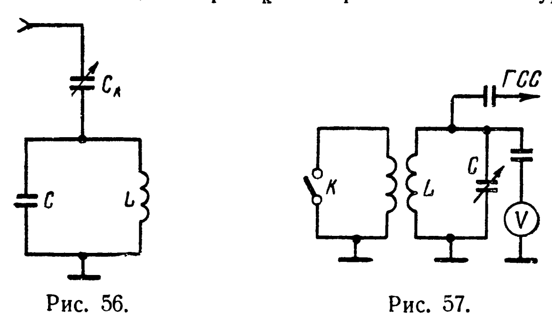


Рис. 56. Рис. 57.

Параллельно емкости контура C подключены емкость $C_{пар}$

$$C_{пар} = \frac{C_к C_{ант}}{C_к + C_{ант}}$$

и шунтирующее сопротивление

$$R \approx \frac{1}{(R_{изл} + R_п)\,\omega^2 C_к} [ом].$$

На практике в простых приемниках $C_к$ лежит в пределах от 5 до 50 *пф*. В многоконтурных входных схемах предусматривается возможность подстройки (с целью устранения рассогласования).

Для определения коэффициента связи k при индуктивной связи поступают следующим образом (рис. 57). Сначала размыкают контакт K в цепи антенной катушки и измеряют резонансную частоту ω_1. Затем, замкнув контакт K, измеряют резонансную частоту ω_2. После этого коэффициент связи определяют по формуле

$$k = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2}.$$

22. Примеры

Пример 31. Последовательный колебательный контур состоит из катушки индуктивности $L = 10$ *мкгн* с добротностью $Q = 100$ и из конденсатора $C = 100$ *пф* с коэффициентом потерь $d_C = 1 \cdot 10^{-3}$. Приложенное к контуру напряжение составляет $U = 10$ *в* на частоте $f = 5$ *Мгц*. Определить: а) ток, протекающий через контур; б) сдвиг фаз между током и напряжением; в) падение напряжения высокой частоты на конденсаторе; г) резонансную частоту при данных параметрах контура и ширину полосы пропускания:

$$\text{а)}\ Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2};$$

$$R = (d_L + d_C)\sqrt{\frac{L}{C}} = (1 \cdot 10^{-2} + 1 \cdot 10^{-3})\sqrt{\frac{1 \cdot 10^{-5}}{1 \cdot 10^{-10}}} = 3{,}48\ \textit{ом:}$$

$$\omega L = 2\pi \cdot 5 \cdot 10^6 \cdot 10^{-5} = 314\ \textit{ом};$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^6 \cdot 10^{-10}} = 319\ \textit{ом};$$

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 314 - 319 \doteq -5\ \textit{ом};$$

$$Z = \sqrt{(3{,}48)^2 + (-5)^2} = 6{,}1\ \textit{ом};$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{10}{6{,}1} = 1{,}64\ \textit{а}.$$

$$\text{б)}\ \operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \frac{5}{3{,}48} = -1{,}44;$$

$$\varphi = -55{,}2°.$$

Сопротивление контура имеет емкостный характер, и напряжение отстает (по фазе) от тока. Следовательно, резонансная частота больше 1 *Мгц*.

$$\text{в)}\qquad U_C = I\frac{1}{\omega C} = 1{,}64 \cdot 319 = 523\ \textit{в}.$$

Напряжение на конденсаторе в 52,3 раза больше напряжения, приложенного к последовательному колебательному контуру!

$$\text{г)}\ f_0 = \frac{159{,}2}{\sqrt{LC}} = 5{,}04\ \textit{Мгц};$$

$$b = (d_L + d_C) f_0 = d f_0 = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 5\,040 = 55{,}4\ \textit{кгц}.$$

Пример 32. Определить резонансное сопротивление параллельного колебательного контура, если индуктивность $L = 100$ *мгн*,

ёмкость $C = 0,1$ *мкф*, добротность катушки $Q_L = 50$, коэффициент потерь конденсатора $d_C = 10^{-2}$.

$$R_{рез} = Q\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{d}\sqrt{\frac{L}{C}};$$

$$d = d_L + d_C = 0,5 \cdot 10^{-2} + 10^{-2} = 1,5 \cdot 10^{-2};$$

$$R_{рез} = \frac{1}{1,5 \cdot 10^{-2}}\sqrt{\frac{1 \cdot 10^{-2}}{1 \cdot 10^{-7}}} = 21,1 \text{ ком}.$$

Пример 33. Параллельный колебательный контур на частоте $f_0 = 30$ *Мгц* должен иметь ширину полосы пропускания 200 *кгц*. Индуктивность катушки $L = 1$ *мкгн*, сопротивление потерь $r_L = 1$ *ом*. Определить емкость конденсатора настройки (потерями можно пренебречь) и величину параллельного сопротивления, если оно потребуется.

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = \frac{1}{4 \cdot 3,14^2 \cdot 9 \cdot 10^{14} \cdot 10^{-6}} = 28,2 \text{ пф};$$

$$d_L = d = \frac{r_L}{\omega L} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 30 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 10^{-6}} = \frac{1}{189};$$

$$b = df_0 = \frac{30\,000}{189} = 159 \text{ кгц}.$$

Ширина полосы получилась меньше, чем требовалось по условию задачи. Поэтому необходимо зашунтировать контур сопротивлением $R_{пар}$

$$d' = \frac{b}{f_0} = \frac{200}{30\,000} = \frac{1}{150};$$

$$r'_L = d'\omega_L = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 30 \cdot 10^6 \cdot 10^{-6}}{150} = 1,26 \text{ ом};$$

$$R_{пар} = \frac{L}{C(r'_L - r_L)} = \frac{10^{-6}}{28,2 \cdot 10^{-12} \cdot (1,26 - 1)} = 136,5 \text{ ком}.$$

Пример 34. Параллельный колебательный контур служит сопротивлением нагрузки лампы каскада усиления высокой частоты. Верхняя граничная частота диапазона составляет 3,8 *Мгц*. Индуктивность катушки $L = 20$ *мкгн*, начальная емкость конденсатора $C_{нач} = 30$ *пф*. Какую емкость должен иметь подстроечный конденсатор, чтобы при выведенном конденсаторе переменной емкости контур был настроен на частоту 3,8 *Мгц*?

$$C = \frac{1}{\omega^2 L} - C_{нач} = \frac{1}{4 \cdot 3,14^2 \cdot 3,8^2 \cdot 10^{12} \cdot 2 \cdot 10^{-5}} - 30 \times 10^{-12} = 58,5 \text{ пф}.$$

Пример 35. От катушки контура усилителя промежуточной частоты нужно сделать отвод для включения детектора так, чтобы входное сопротивление детектора не снижало резонансного сопротивления контура ниже определенной величины. Входное сопроти-

вление детектора $R_i = 50$ *ком*, результирующее сопротивление контура не должно быть меньше $R_{пар} = 100$ *ком*, добротность контура $Q = 200$, индуктивность $L = 0{,}5$ *мгн*, резонансная частота $f_0 = 500$ *кгц*. Определить требуемую величину коэффициента трансформации.

$$R_{рез} = Q\omega L = 2 \cdot 10^2 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 314 \text{ ком};$$

$$R_{пар} = \frac{n^2 R_i R_{рез}}{n^2 R_i + R_{рез}};$$

$$n = \sqrt{\frac{R_{пар} R_{рез}}{R_i (R_{рез} - R_{пар})}} = \sqrt{\frac{100 \cdot 314}{50(314 - 100)}} = 1{,}72.$$

Пример 36. Четвертьволновая антенна на частоте 3,5 *Мгц* имеет сопротивление $R_н = 50$ *ом*, а на частоте 7 *Мгц* соответственно 800 *ом*. Для обеих частот согласовываемое (выходное) сопротивление оконечного каскада передатчика $R_{согл} = 60$ *ом*. Какую схему согласования надо выбрать и как ее рассчитать?

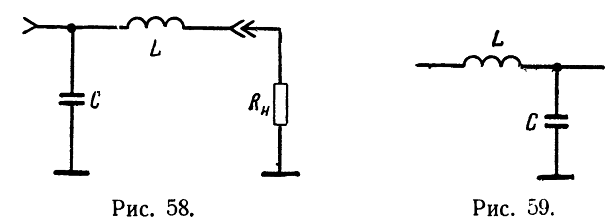


Рис. 58. Рис. 59.

При $R_н < R_{согл}$ (рис. 58)

$$C = \frac{1}{\omega R_{согл}} \sqrt{\frac{R_{согл} - R_н}{R_н}} = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 3{,}5 \cdot 10^6 \cdot 60} \sqrt{\frac{60 - 50}{50}} = 340 \text{ пф};$$

$$L = \frac{R_{согл} - R_н}{\omega} \sqrt{\frac{R_н}{R_{согл} - R_н}} =$$

$$= \frac{60 - 50}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 3{,}5 \cdot 10^6} \sqrt{\frac{50}{60 - 50}} = 1{,}02 \text{ мкгн}.$$

При $R_н > R_{согл}$ (рис. 59)

$$C = \frac{1}{\omega R_н} \sqrt{\frac{R_н - R_{согл}}{R_{согл}}} = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 7 \cdot 10^6 \cdot 800} \sqrt{\frac{800 - 60}{60}} = 100 \text{ пф};$$

$$L = \frac{1}{\omega} \sqrt{R_{согл} (R_н - R_{согл})} =$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 7 \cdot 10^6} \sqrt{60 (800 - 60)} = 4{,}8 \text{ мкгн}.$$

Номограммы

Номограмма 1 (рис. 60) определяет частотную зависимость активного сопротивления медного провода. По горизонтальной оси отложены значения частоты в герцах, а по вертикальной оси отно-

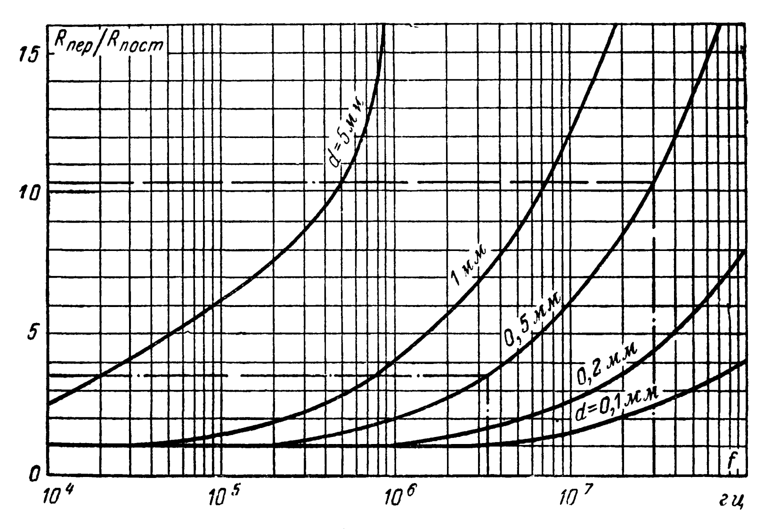


Рис. 60.

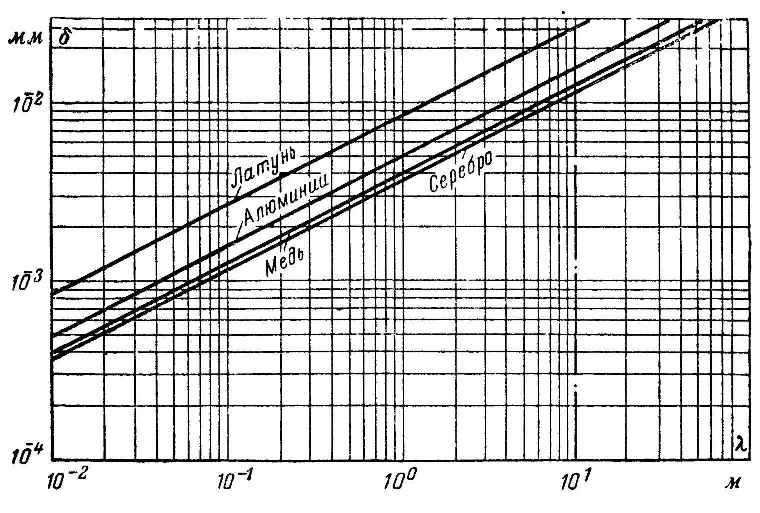


Рис. 61.

шение сопротивления при переменном токе $R_{пер}$ к сопротивлению при постоянном токе $R_{пост}$.

Например, на частоте 3,5 *Мгц* сопротивление медного провода диаметром 0,5 *мм* увеличивается по сравнению с величиной $R_{пост}$ в 3,6 раза. На частоте 30 *Мгц* оно увеличивается в 10,3 раза.

Номограмма 2 (рис. 61) служит для определения глубины проникновения тока. По горизонтальной оси отложены значения длины

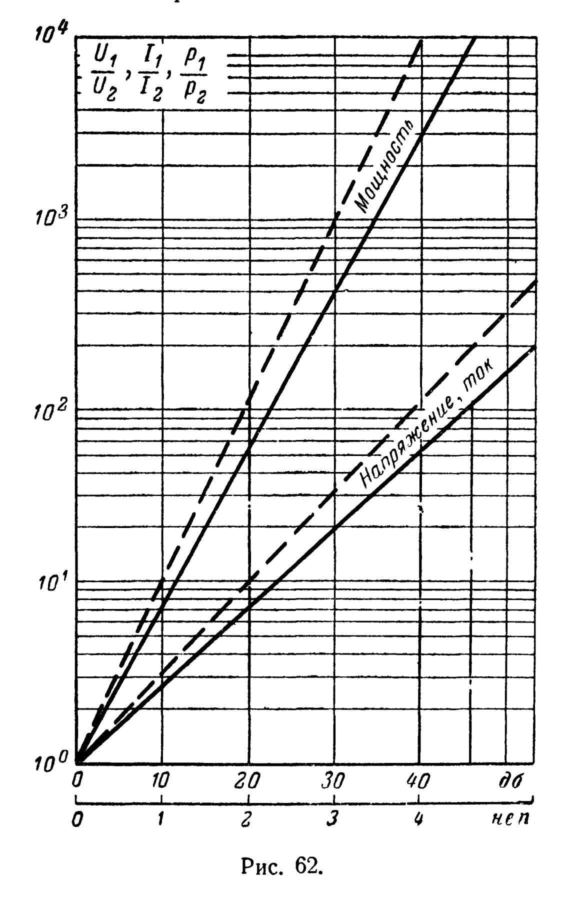


Рис. 62.

волны λ в метрах, а по вертикальной оси глубина проникновения тока δ в миллиметрах.

Например, при длине волны $\lambda = 10$ *м* глубина проникновения тока в латунный проводник составляет 0,026 *мм*.

Номограмма 3 (рис. 62) определяет усиление (или затухание) в децибелах и неперах. По горизонтальной оси отложены значения в децибелах и неперах, а по вертикальной оси — отношение напря-

жений, токов и мощностей. Сплошные линии служат для перехода к неперам, штриховые — к децибелам.

Например, если отношение двух напряжений равно 100, то эта же величина в децибелах составит 40 *дб*, а в неперах будет равна

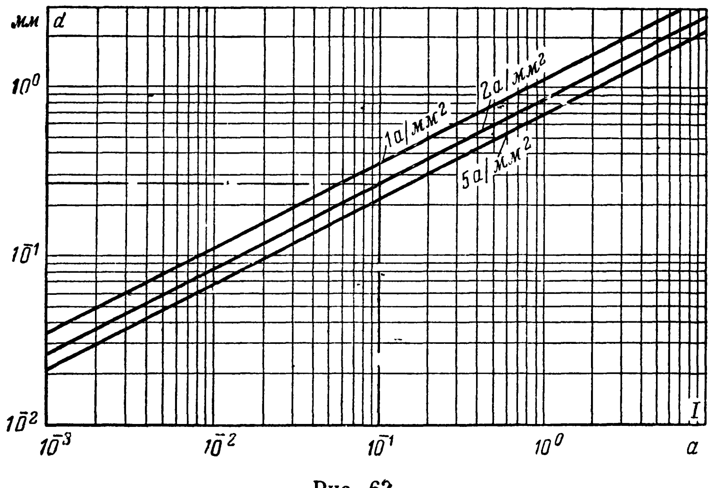


Рис. 63.

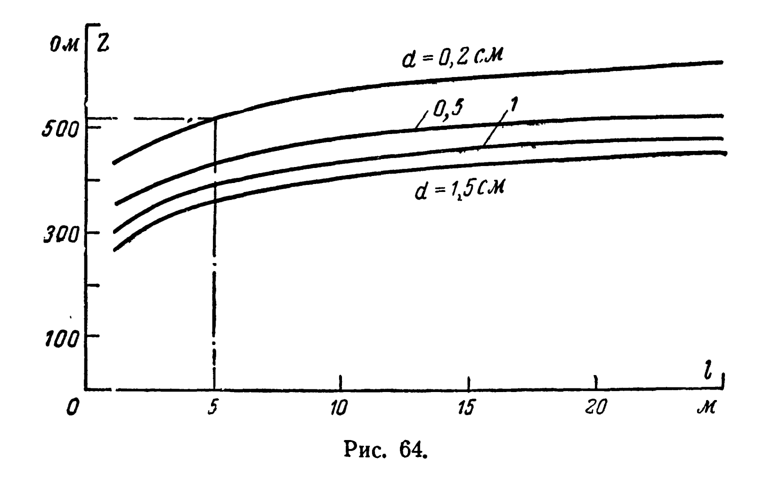


Рис. 64.

4,6 *нп*. Такое же отношение двух мощностей составляет 20 *дб* или 2,3 *нп*.

Номограмма 4 (рис. 63) позволяет определить диаметр провода по заданной величине тока. По горизонтальной оси отложены зна-

чения тока в амперах, а по вертикальной диаметр провода в миллиметрах.

Например, чтобы при токе $I = 100$ *ма* получить плотность тока 2 *а/мм*², необходим провод диаметром 0,27 *мм*.

Номограмма 5 (рис. 64) служит для определения волнового сопротивления вертикальной антенны. По горизонтальной оси отложены значения длины l антенны в метрах, а по вертикальной оси волновое сопротивление Z в омах.

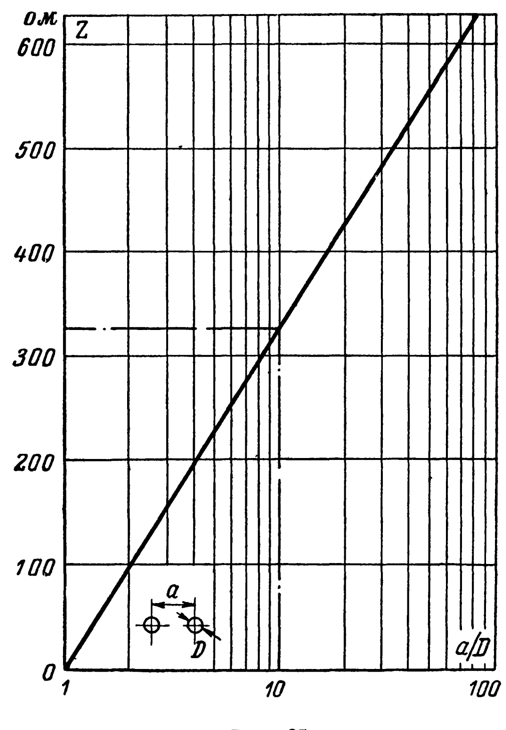


Рис. 65.

Например, волновое сопротивление антенны длиной 5 *м* и диаметром 0,2 *см* составляет 520 *ом*.

Номограмма 6 (рис. 65) определяет волновое сопротивление двухпроводной линии. По горизонтальной оси отложено отношение расстояния между проводами a к диаметру провода D, а по вертикальной оси волновое сопротивление Z в омах.

Например, при отношении $a/D = 10$ получаем $Z = 327{,}5$ *ом*.

Номограмма 7 (рис. 66) позволяет определить волновое сопротивление коаксиальной линии. По горизонтальной оси отложено отношение диаметра наружного проводника D к диаметру внутреннего проводника d, а по вертикальной оси волновое сопротивление

в омах, емкость в пикофарадах на метр и индуктивность в наногенри на метр. Например, для отношения $D/d = 10$ находим $Z = 137{,}5$ *ом*, $C = 25$ *пф/м* и $L = 460$ *нгн/м*.

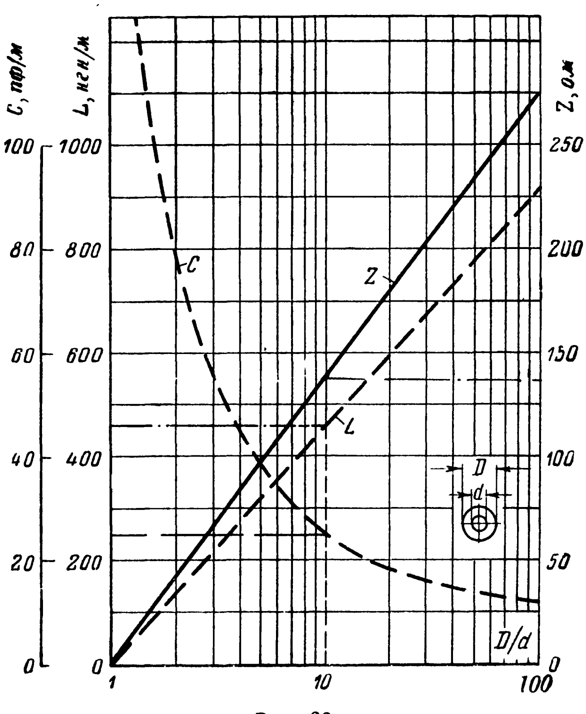


Рис. 66.

Цена 19 коп.